

Волшебная линза

А. МИТРОФАНОВ



ЛИНЗУ-ИГРУШКУ, О КОТОРОЙ пойдет речь в статье, подарил мне когда-то Н.И.Милуков – фотограф и личный лаборант академика П.Л.Капицы. А ему линза досталась как сувенир от академика А.П.Александрова, тогдашнего Президента Академии наук. Дело было так.

Капица пригласил Александрова в свою Физическую лабораторию, чтобы познакомить его с новыми и интересными результатами экспериментов с газовыми разрядами высокого давления в сильном сверхвысокочастотном поле. Визит, как говорится, удался. После осмотра и теплой беседы с персоналом плазменной установки этот сувенир и был подарен гостем Н.И.Милукову.

Мне не известно, кто первым придумал опыт с «волшебной» линзой, но с той поры я точно знаю, что забавные игрушки и опыты-фокусы любят не только дети, но и студенты, лаборанты, доктора наук и почетные академики...

Рассмотрим опыт с линзой, изготов-



Рис. 1



Рис. 2

ленной из оргстекла на токарном станке. Этот опыт очень простой и напоминает фокус.

Линза представляет собой сильно выпуклое тело, похожее на половинку сливы, с толстым цилиндрическим ободком, который крепится к пластинке-подставке, также выполненной из оргстекла (рис.1). Для крепления в пластинке сделано цилиндрическое углубление, куда плотно вставляется основание линзы.

Внешне линза с пластинкой ничем не примечательна – выпуклое тело с гладкой поверхностью, да и только. Но давайте поместим линзу в чашку, стакан или любую другую емкость, в которую нальем воду (рис.2). Как только уровень воды достигнет вершины линзы, в чашке под линзой неожиданно появляется четкое изображение лица (рис.3), предмета или еще чего-либо. А до тех пор, пока линза не окажется в прозрачной жидкости (в нашем опыте – в воде), изображения нет, как бы мы не старались его увидеть...

Вы, наверное, уже догадались, в чем секрет этого опыта. В углублении подставки под самой линзой спрятана маленькая фотография (или рисунок), изображение которой и появляется в чашке с водой под линзой. Но какова роль воды в опыте, и почему без воды в чашке фотография не видна? Ведь

если мы возьмем обычную собирающую линзу, например очковое стекло или конденсорную линзу фотоувеличителя, и положим ее на плоский предмет или фотографию, то через линзу этот предмет хорошо виден. Точнее, мы видим увеличенное мнимое изображение предмета (рис.4,а). Даже если линза имеет большую угловую апертуру, например если это стеклянное полушарие или даже шар, предмет все равно виден через линзу (подумайте, почему), хотя и с измененными формами.

Будем теперь плавно увеличивать расстояние от предмета до линзы. Изображение тоже станет увеличиваться, но начнет разрушаться и пропадать, когда предмет окажется вблизи фокальной плоскости линзы и увеличение, даваемое линзой, будет стремиться к бесконечности. Далее, когда расстояние от линзы до предмета окажется больше фокусного расстояния линзы F , линза даст действительное, но уже перевернутое изображение предмета (рис.4,б).

Таким образом, чтобы предмет не был виден под собирающей линзой, он должен обязательно находиться вблизи ее фокальной плоскости. Именно так устроена наша «волшебная» линза из оргстекла, при этом толщины линзы, ободка и углубления в пластинке подобраны соответствующим образом, а фотография находится практически в фокусе линзы.

Оценим теперь, чему равно это фокусное расстояние. Пусть линза в области вершины аппроксимируется сферой



Рис. 3

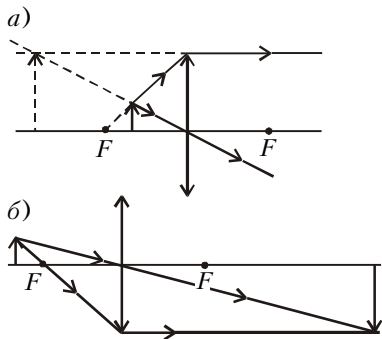


Рис. 4

с известным радиусом кривизны R . На рисунке 5 показано центральное сечение линзы, CC' – ее ось, O – центр кривизны линзы в области вершины. Пусть n – показатель преломления материала линзы, для оргстекла $n = 1,47$ (для длин волн света $0,5 - 0,6$ мкм), а $n_0 \approx 1$ – показатель преломления воздуха. Вдоль оси на линзу падает параллельный пучок света. Рассмотрим ход одного из лучей, падающих на линзу в произвольную точку P , которая находится вблизи оси CC' (параксиальное приближение). Здесь α – угол падения этого луча, β – угол преломления, F – точка пересечения луча с осью линзы, т.е. фокус линзы для лучей, близких к оптической оси. Полагая углы α и β малыми, т.е. считая $\sin \alpha = \alpha$ и $\sin \beta = \beta$, имеем $\alpha = n\beta$ (закон преломления света) и $OF/R = \beta/(\alpha - \beta)$ (теорема синусов для треугольника OPF), откуда получаем $OF = R/(n - 1)$. Фокусное расстояние линзы, измеренное от ее вершины, равно

$$CF = R + \frac{R}{n - 1} = R \frac{n}{n - 1} \approx 3,1R.$$

У нашей линзы $F = 2,6$ см, что соответствует радиусу кривизны линзы $R = 0,83$ см. Именно на расстоянии чуть

больше дюйма от вершины линзы под ней и была спрятана фотография, которая «проявилась», когда мы поместили линзу в воду.

Каким образом оказалось возможным увидеть фотографию под линзой в воде? Дело в том, что в воде преломляющая способность линзы уменьшилась и из короткофокусной линза превратилась в длиннофокусную. Действительно, коэффициент преломления воды в видимой области спектра составляет $n_{\text{в}} = 1,33 - 1,34$, а относительный коэффициент преломления оргстекла в воде равен $n_{\text{отн}} = n/n_{\text{в}} = 1,10 \pm 0,01$. Поэтому нижнее фокусное расстояние нашей линзы, залитой сверху водой, оказалось равным

$$F_{\text{в}} = R \frac{n_{\text{отн}}}{n_{\text{отн}} - 1} = \frac{1,1}{0,1} R = 11R,$$

если считать, что полупространство под линзой состоит из оргстекла и фокусное расстояние измеряется от вершины линзы. Таким образом, вода увеличивает фокусное расстояние линзы более чем в 3,5 раза, что оказывается вполне достаточным для наблюдения спрятанного под линзой объекта.

Идея рассмотренного опыта очень проста и может быть использована в других случаях. Так, линзу можно сделать матовой, ступенчатой (со ступеньками от резца) или даже гофрированной. Или еще проще – в качестве маскировочного покрытия некоторого плоского объекта можно взять матированную сверху пластинку из прозрачного материала, которая в воде или другой специальной жидкости станет на вид почти гладкой, что позволит наблюдать спрятанный под пластинкой объект. Такая оптическая маскировка и декодировка объекта с помощью изменения показателя преломления среды

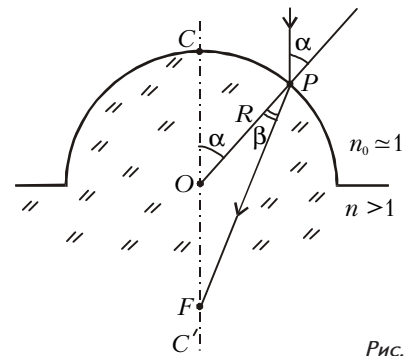


Рис. 5

представляет определенный практический интерес.

В заключение – несколько задач для самостоятельного решения.

1. У линзы, изображенной на рисунке 5, определите фокусное расстояние для лучей, распространяющихся вдоль оптической оси в направлении вверх (верхний фокус).

2. Покажите, что фокусное расстояние однородного шара радиусом R , сделанного из прозрачного диэлектрика с коэффициентом преломления n ($1 < n < 2$), равно $F = \frac{R(2-n)}{2(n-1)}$.

3. Шар радиусом R с коэффициентом преломления n_1 находится в пластинке толщиной $2R$ с коэффициентом преломления n_2 ($n_2 < n_1$). Определите фокусное расстояние шара с пластинкой при нормальном падении света на пластинку.

4. Придумайте, какими еще оптическими способами можно сделать видимым объект, «спрятанный» в фокальной плоскости линзы.

5. Почему вода не проникает в зазор между линзой и подставкой (благодаря чему в нашем опыте фотография остается всегда сухой)?

Заряженная капля

Пусть заряженная капля находится в поле тяжести на горизонтальной поверхности, не смачиваемой водой. Очевидно, что если сила тяжести стремится «расплющить» каплю, то силы поверхностного натяжения и электростатического отталкивания стремятся, наоборот, «распрямить» ее, сделать сферической. Как оценить вклад каждой из сил? При каком радиусе капля будет мало отличаться от шарика?

Используем энергетический подход и запишем условие сферичности капли в виде $W_{\text{п}} + W_{\text{э}} \geq W_{\text{т}}$, где $W_{\text{п}} = \sigma S = 4\pi\sigma R^2$ – так называемая поверхностная энергия (связанная с силами поверхностного натяжения),

$$W_{\text{э}} = q^2 / (8\pi\epsilon_0 R) = 2\pi\epsilon_0 E^2 R^3$$

– электростатическая энергия,

$$W_{\text{т}} = mgR = 4\pi\rho g R^4 / 3$$

– энергия тяготения. Здесь σ – коэффициент поверхностного натяжения воды, R – радиус капли, E – напряженность электростатического поля на поверхности капли, ρ – плотность воды.

Получили фактически квадратное

неравенство

$$4\pi\sigma R^2 + 2\pi\epsilon_0 E^2 R^3 \geq \frac{4}{3}\pi\rho g R^4,$$

откуда находим радиус капли

$$R \leq \frac{3\epsilon_0 E^2 + \sqrt{9\epsilon_0^2 E^4 + 48\sigma\rho g}}{4\rho}.$$

Подставляя максимально возможное значение напряженности электростатического поля $E = 3 \cdot 10^6$ В/м (при большей напряженности произойдет пробой воздуха), имеем $R \leq 1,38$ см. Для незаряженной ($E = 0$) капли $R \leq 0,47$ см. Значит, заряженная капля сохраняет сферическую форму при вдвое большем радиусе.

В. Дроздов