

## НОВЫЙ ПРИЕМ В ШКОЛЫ-ИНТЕРНАТЫ ПРИ УНИВЕРСИТЕТАХ

Специализированный учебно-научный центр (сокращенно — СУНЦ) при МГУ (школа им. академика А.Н.Колмогорова), СУНЦ НГУ, СУНЦ УрГУ и Академическая гимназия при СПГУ объявляют набор школьников в 10 (двухгодичное обучение) и 11 (одногодичное обучение) классы.

Обучение ведется на двух отделениях: физико-математическом и химико-биологическом. В составе физико-математического отделения кроме основного профиля предлагаются компьютерно-информационный, биофизический (СУНЦ МГУ) и экономический. Химико-биологическое отделение представлено специализациями по химии и биологии.

Зачисление в школу производится на конкурсной основе по итогам нескольких туров. Первый тур — заочный письменный экзамен по математике, физике, химии. Успешно выдержавшие письменный экзамен по решению приемной комиссии в апреле — мае приглашаются в областные центры Российской Федерации на устные экзамены.

Ниже приведены условия заочного вступительного экзамена. Работа должна быть выполнена в обычной ученической тетради (на титульном листе укажите желаемый профиль обучения). На первой странице укажите свои анкетные данные: 1) фамилию, имя, отчество (полностью); 2) домашний адрес (подробный), индекс; 3) подробное название школы, класс. Работу отправляйте простой бандеролью (обязательно вложите в работу конверт с маркой, заполненный на свой домашний ад-

рес). Высылайте вашу работу по одному из следующих адресов:

121357 Москва, Кременчугская ул., 11, СУНЦ МГУ, Приемная комиссия, заочный экзамен (внимание: жители Москвы принимаются в учебный центр без предоставления общежития, телефон для справок 445-11-08);

199034 Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/96, Академическая гимназия;

620137 Екатеринбург, ул. Голощекина, 30, СУНЦ УрГУ;

630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 11, Учебно-научный центр НГУ, Олимпиадный комитет.

Срок отправки работ — не позднее 20 марта 1999 года (по почтовому штемпелю). Работы, высланные позже этого срока, рассматриваться не будут.

Если вы не сможете решить все задачи, не отчаивайтесь — комиссия рассмотрит работы с любым числом решенных задач.

Желаем успеха!

### Вступительное задание

#### Математика

Для поступающих в 10 класс физико-математического отделения предназначены задачи 1–11, 13–20, а; для поступающих в 11 класс — задачи 1, 3–5, 7, 8, 10–20. Для поступающих на химико-биологическое отделение предназначены задачи 1, 5, 8, 10, 14.

Ученики 9 классов, обучающиеся только на 4 и 5 на отделении математики Всероссийской заочной многопредметной школы или на заочном отделении Малого мехмата, приглашаются на устные экзамены в СУНЦ МГУ (но не в СУНЦ НГУ) без выполнения прилагаемой работы.

1. Найдите число цифр у произведения чисел 365989345678932 и 34297348937.

2. Найдите все трехзначные числа, которые в 13 раз больше суммы своих цифр.

3. Найдите наименьшее шестизначное число, которое делится на 321.

4. Найдите число всех  $n$ ,  $1 \leq n \leq 33000$ , которые делятся на 3, 5 и 11.

5. На дискотеке собрались 10 юношей и 9 девушек. Сколькими способами они могут составить 5 пар для участия в танце?

6. Упростите

$$a) (1-x)(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\dots(1+x^{2^n});$$

б)

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8}.$$

7. Вычислите

$$\cos\left(\pi \cos\left(2\pi \cos\left(3\pi \dots \cos(1998\pi(\cos 1999\pi))\dots\right)\right)\right).$$

8. При каких  $a$  и  $b$  существует квадратный трехчлен  $P(x)$  такой, что

$$x^4 + 3x^3 + 3x^2 + ax + b = P(x)(x^2 - 3x + 2)?$$

9. Найдите число корней уравнения

$$\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \dots + \sqrt{199 + x}}}} = 200.$$

10. Найдите число решений системы уравнений

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 6, \\ xy + 4yz + 2xz = 22, \\ xyz = 6. \end{cases}$$

11. Функция  $f$  называется четной (нечетной), если для любого  $x$  выпол-

нено:  $f(-x) = f(x)$  (соответственно,  $f(-x) = -f(x)$ ). Какие из следующих функций четные, какие нечетные, а какие – ни те, ни другие (докажите!):

- а)  $x^3 - 2x^2 + 1$ ;
- б)  $(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 3x + 2)$ ;
- в)  $(x + 1)^{10} - (x - 1)^{10}$ ?

12. Пусть  $p$  – рациональное число,  $0 < p < 1$ . Расположите в порядке возрастания числа  $p, q = p^p, r = p^q$ .

13. Сумма трех положительных чисел  $x, y, z$  равна 1 и  $x \leq y \leq z \leq 2x$ . Найдите наименьшее значение произведения  $xyz$ .

14. На сторонах  $AB, BC$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  площади 1 отмечены соответственно точки  $C', A', B'$  так, что  $9 \cdot BA' = A'C, 9 \cdot CB' = B'A, 9 \cdot AC' = C'B$ . Найдите площадь треугольника  $A'B'C'$ .

15. Из произвольной точки  $M$  внутри данного острого угла  $A$  опущены перпендикуляры  $MP$  и  $MQ$  на его стороны. Из вершины  $A$  опущен перпендикуляр  $AK$  на отрезок  $PQ$ . Докажите, что  $\angle PAK = \angle MAQ$ .

16. Дан отрезок длины 1. Постройте циркулем и линейкой отрезок  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ .

17. Постройте циркулем и линейкой треугольник по двум сторонам  $a$  и  $b, b > a$ , если известно, что угол против одной из них в два раза больше угла против второй.

18. В четырехугольнике  $ABCD$  диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O, BO = 4, DO = 6, AO = 8, OC = 3, AB = 6$ . Найдите  $AD$ .

19. Две стороны треугольника единичной площади разделены на три равные части, как показано на рисунке 1.

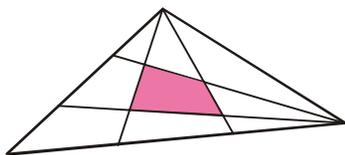


Рис. 1

Найдите площадь выделенного четырехугольника.

20. а) На сколько частей могут делить плоскость 4 прямые?

б) На сколько частей делят пространство 4 плоскости (никакие 3 плоскости не имеют общей прямой, и все 4 плоскости не проходят через одну точку)?

**Физика**

**Для поступающих в 10 класс**

1. Начальная скорость автомобиля равна нулю. Первую половину пути он

проходит с постоянным ускорением. На второй половине пути он движется с постоянной скоростью  $v = 18$  м/с, которой достиг в конце первого участка. Найдите среднее значение скорости автомобиля.

2. Жонглер бросает вверх три мяча с одинаковыми начальными скоростями  $v_0 = 6,26$  м/с через одинаковые промежутки времени. В некоторый момент времени  $T$  первый и третий мячи находятся на одной высоте относительно точки бросания. Найдите высоту, на которой окажется второй мяч в момент времени  $T$ .

3. На горизонтальной плоскости лежит пластинка, на которую сверху положена такая же пластинка. Масса каждой пластинки  $m = 1$  кг. Коэффициент трения между пластинками и между пластинкой и плоскостью  $\mu = 0,1$ . К нижней пластинке приложили горизонтально направленную силу. Найдите наименьшее значение величины силы, при котором верхняя пластинка соскользнет с нижней пластинки.

4. Спутник движется по круговой орбите на расстоянии  $3R$  от поверхности Земли,  $R$  – радиус Земли. Найдите отношение скорости спутника к первой космической скорости.

5. Два вертикально стоящих открытых сверху цилиндрических сосуда одинакового поперечного сечения соединены на высоте  $H = 8$  м тонкой трубкой, перекрытой краном. Первый сосуд заполнен водой до высоты  $H_1 = 10$  м, второй – нефтью до высоты  $H_2 = 12,5$  м. Давления на уровне дна в первом и втором сосудах одинаково. Найдите приращение уровней воды и нефти после открывания крана.

**Для поступающих в 11 класс**

1. Воздушный шар, сообщаящийся с атмосферой, заполнен воздухом, температура которого  $t_1 = 157$  °С. Температура воздуха вне шара  $t_2 = 17$  °С. Масса оболочки шара и груза  $m = 100$  кг, давление атмосферы  $p = 10^5$  Па. При каком значении объема оболочки шар взлетит?

2. В камере объемом  $V = 22,4$  л находится воздух и  $m = 18$  г воды при давлении  $p_1 = 2 \cdot 10^5$  Па и температуре  $T_1 = 273$  К. Найдите давление в камере, если ее нагреть до температуры  $T_2 = 373$  К.

3. В схеме (рис.2) ЭДС батарей  $\mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}, \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}$ , емкости двух идентичных плоских конденсаторов  $C_1 = C_2 = C$ . Тонкий металлический лист помещают между пластинами обоих конденсаторов на одинаковом расстоянии от пластин. Найдите приращение заряда

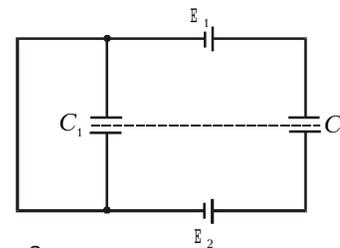


Рис. 2

на верхней пластине конденсатора емкостью  $C_1$ .

4. В схеме (рис.3) разность потенциалов между точками  $a$  и  $b$  равна  $U_1$ ,

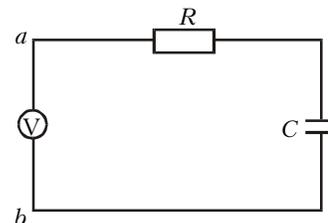


Рис. 3

емкость конденсатора  $C$ . Найдите количество теплоты, выделяемое в резисторе при уменьшении разности потенциалов до значения  $U_2$ .

5. Стороны правильного треугольника  $ABC$  представляют собой проводящий контур – каркас, изготовленный из однородной проволоки. Сопротивление стороны  $R_0 = 1$  Ом, длина  $a = 10$  см. К вершинам  $A$  и  $C$  треугольника приложено постоянное напряжение  $U = 1$  В. Каркас расположен в плоскости  $XY$ , сторона  $AC$  параллельна оси  $X$ . Вся система находится в постоянном однородном магнитном поле с индукцией, равной  $B = 10^{-3}$  Тл и направленной параллельно оси  $Y$ . Найдите силу Ампера, действующую на каркас.

**Химия**

1. Какое вещество  $A$  и при каких условиях могло быть использовано в реакции, выражаемой следующей схемой (указаны все исходные вещества и продукты без коэффициентов):



Приведите возможные уравнения реакций (с коэффициентами).

2. Сплав магния и цинка массой 7,7 г при сгорании в избытке кислорода дает 10,1 г оксидов. Определите состав сплава. Как изменится условие и решение этой задачи, если кислород заменить на азот?