

Задачи по математике и физике

Этот раздел ведется у нас из номера в номер с момента основания журнала. Публикуемые в нем задачи нестандартны, но для их решения не требуется знаний, выходящих за рамки школьной программы. Наиболее трудные задачи отмечаются звездочкой. После формулировки задачи мы обычно указываем, кто нам ее предложил. Разумеется, не все эти задачи публикуются впервые.

Решения задач из этого номера следует отправлять не позднее 1 марта 1999 года по адресу: 117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант». Решения задач из разных номеров журнала или по разным предметам (математике и физике) присылайте в разных конвертах. На конверте в графе «Кому» напишите: «Задачник «Кванта» №6 — 98» и номера задач, решения которых Вы посылаете, например «М1661» или «Ф1668». В графе «... адрес отправителя» фамилию и имя просим писать разборчиво. В письмо вложите конверт с написанным на нем Вашим адресом и необходимый набор марок (в этом конверте Вы получите результаты проверки решений).

Условия каждой оригинальной задачи, предлагаемой для публикации, присылайте в отдельном конверте в двух экземплярах вместе с Вашим решением этой задачи (на конверте пометьте: «Задачник «Кванта», новая задача по физике» или «Задачник «Кванта», новая задача по математике»).

В начале каждого письма просим указывать номер школы и класс, в котором Вы учитесь.

Задачи М1661, М1663 и М1664 предлагались в этом году на Санкт-Петербургской математической олимпиаде.

Задачи М1661—М1665, Ф1668—Ф1672

М1661. Можно ли отметить 64 единичных кубика в кубе $8 \times 8 \times 8$ так, чтобы среди любых 8 отмеченных кубиков некоторые два находились в одном слое, параллельном грани куба, и при этом в каждом слое, параллельном грани, было отмечено 8 кубиков?

А.Вершик

М1662. Может ли куб натурального числа начинаться с 1998?

В.Сендеров

М1663. Биссектрисы вписанного четырехугольника образуют в пересечении выпуклый четырехугольник. Докажите, что диагонали полученного четырехугольника перпендикулярны.

С.Берлов

М1664. Существуют ли отличный от константы многочлен P с целыми коэффициентами и натуральное число $k > 1$ такие, что все числа вида $P(k^n)$ попарно взаимно просты?

А.Пастор

М1665. а) В сферу вписано несколько кубов. Каждые три из них имеют общую вершину. Докажите, что все кубы имеют общую вершину.

б)* Четыре куба расположены в пространстве так, что каждые три из них имеют общую вершину. Обязательно ли все четыре имеют общую вершину?

В.Произволов

Ф1668. Автомобиль выезжает из города А и приезжает, двигаясь без остановок по прямому шоссе, в город Б. Оказалось, что в течение первой половины времени поездки его скорость была 40 км/ч, половину оставшегося пути он проехал со скоростью 60 км/ч, а остаток пути — со скоростью 80 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля за все время путешествия.

З.Рафаилов

Ф1669. На горизонтальной поверхности покоится гладкий клин массой M с углом α при основании. Куб такой же массы лежит на столе, касаясь клина (рис.1). Коэффициент трения между кубом и столом μ . На клин ставят тележку массой m , которая может скользить по клину без трения, и отпускают. Какую скорость приобретет тележка, опустившись на высоту h (при этом она все еще находится на поверхности клина)?

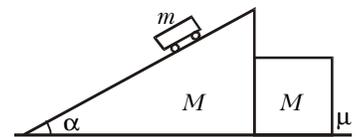


Рис.1

А.Клинов

Ф1670. Комната площадью $S = 20 \text{ м}^2$ с высотой потолка $H = 3 \text{ м}$ заполнена воздухом при нормальных условиях. Оцените число ударов молекул о потолок за время $\tau = 1 \text{ ч}$. Куда чаще ударяют молекулы — в пол или в потолок комнаты? Оцените разность чисел ударов молекул о пол и о потолок за время τ . Считайте температуру воздуха в комнате повсюду одинаковой.

Р.Александров

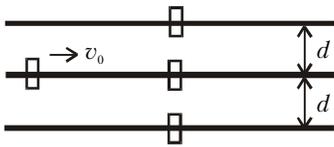


Рис.2

Φ1671. Три параллельных тонких непроводящих стержня находятся в горизонтальной плоскости; расстояние между соседними стержнями d (рис.2). На стержни насажены тяжелые шайбы массой M каждая, заряженные одинаковыми зарядами Q . В начальный момент три из них неподвижны и находятся на прямой, перпендикулярной стержням, а четвертая движется издалека по среднему стержню со скоростью v_0 . Найдите скорости шайб через большой промежуток времени. Трения нет.

Р. Сашии

Φ1672. Тяжелый проводящий брусок массой $M = 1$ кг лежит на горизонтально расположенных рельсах перпендикулярно им

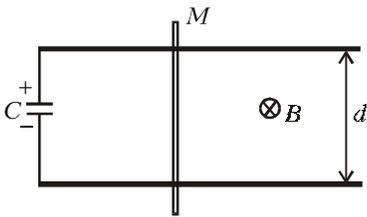


Рис.3

перпендикулярно им (рис.3). Вертикальная составляющая магнитного поля Земли равна $B = 0,1$ Тл. Заряженный до напряжения $U = 100$ В конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ подключают к рельсам. Счи-

тая сопротивление цепи $R = 1$ кОм достаточно большим, определите установившуюся скорость движения бруска. Расстояние между рельсами $d = 1$ м. Брусок движется поступательно.

М. Учителев