

нено: $f(-x) = f(x)$ (соответственно, $f(-x) = -f(x)$). Какие из следующих функций четные, какие нечетные, а какие – ни те, ни другие (докажите!):

- а) $x^3 - 2x^2 + 1$;
- б) $(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 3x + 2)$;
- в) $(x + 1)^{10} - (x - 1)^{10}$?

12. Пусть p – рациональное число, $0 < p < 1$. Расположите в порядке возрастания числа $p, q = p^p, r = p^q$.

13. Сумма трех положительных чисел x, y, z равна 1 и $x \leq y \leq z \leq 2x$. Найдите наименьшее значение произведения xyz .

14. На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC площади 1 отмечены соответственно точки C', A', B' так, что $9 \cdot BA' = A'C, 9 \cdot CB' = B'A, 9 \cdot AC' = C'B$. Найдите площадь треугольника $A'B'C'$.

15. Из произвольной точки M внутри данного острого угла A опущены перпендикуляры MP и MQ на его стороны. Из вершины A опущен перпендикуляр AK на отрезок PQ . Докажите, что $\angle PAK = \angle MAQ$.

16. Дан отрезок длины 1. Постройте циркулем и линейкой отрезок $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$.

17. Постройте циркулем и линейкой треугольник по двум сторонам a и $b, b > a$, если известно, что угол против одной из них в два раза больше угла против второй.

18. В четырехугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке $O, BO = 4, DO = 6, AO = 8, OC = 3, AB = 6$. Найдите AD .

19. Две стороны треугольника единичной площади разделены на три равные части, как показано на рисунке 1.

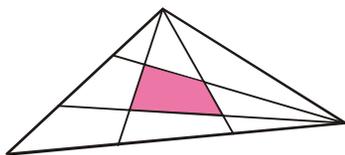


Рис. 1

Найдите площадь выделенного четырехугольника.

20. а) На сколько частей могут делить плоскость 4 прямые?

б) На сколько частей делят пространство 4 плоскости (никакие 3 плоскости не имеют общей прямой, и все 4 плоскости не проходят через одну точку)?

Физика

Для поступающих в 10 класс

1. Начальная скорость автомобиля равна нулю. Первую половину пути он

проходит с постоянным ускорением. На второй половине пути он движется с постоянной скоростью $v = 18$ м/с, которой достиг в конце первого участка. Найдите среднее значение скорости автомобиля.

2. Жонглер бросает вверх три мяча с одинаковыми начальными скоростями $v_0 = 6,26$ м/с через одинаковые промежутки времени. В некоторый момент времени T первый и третий мячи находятся на одной высоте относительно точки бросания. Найдите высоту, на которой окажется второй мяч в момент времени T .

3. На горизонтальной плоскости лежит пластинка, на которую сверху положена такая же пластинка. Масса каждой пластинки $m = 1$ кг. Коэффициент трения между пластинками и между пластинкой и плоскостью $\mu = 0,1$. К нижней пластинке приложили горизонтально направленную силу. Найдите наименьшее значение величины силы, при котором верхняя пластинка соскользнет с нижней пластинки.

4. Спутник движется по круговой орбите на расстоянии $3R$ от поверхности Земли, R – радиус Земли. Найдите отношение скорости спутника к первой космической скорости.

5. Два вертикально стоящих открытых сверху цилиндрических сосуда одинакового поперечного сечения соединены на высоте $H = 8$ м тонкой трубкой, перекрытой краном. Первый сосуд заполнен водой до высоты $H_1 = 10$ м, второй – нефтью до высоты $H_2 = 12,5$ м. Давления на уровне дна в первом и втором сосудах одинаково. Найдите приращение уровней воды и нефти после открывания крана.

Для поступающих в 11 класс

1. Воздушный шар, сообщаящийся с атмосферой, заполнен воздухом, температура которого $t_1 = 157$ °С. Температура воздуха вне шара $t_2 = 17$ °С. Масса оболочки шара и груза $m = 100$ кг, давление атмосферы $p = 10^5$ Па. При каком значении объема оболочки шар взлетит?

2. В камере объемом $V = 22,4$ л находится воздух и $m = 18$ г воды при давлении $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па и температуре $T_1 = 273$ К. Найдите давление в камере, если ее нагреть до температуры $T_2 = 373$ К.

3. В схеме (рис.2) ЭДС батарей $\mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}, \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}$, емкости двух идентичных плоских конденсаторов $C_1 = C_2 = C$. Тонкий металлический лист помещают между пластинами обоих конденсаторов на одинаковом расстоянии от пластин. Найдите приращение заряда

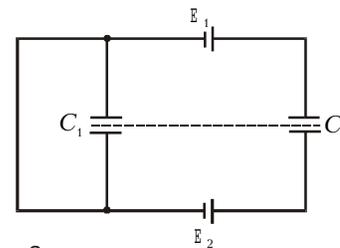


Рис. 2

на верхней пластине конденсатора емкостью C_1 .

4. В схеме (рис.3) разность потенциалов между точками a и b равна U_1 ,

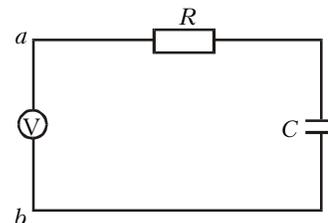


Рис. 3

емкость конденсатора C . Найдите количество теплоты, выделяемое в резисторе при уменьшении разности потенциалов до значения U_2 .

5. Стороны правильного треугольника ABC представляют собой проводящий контур – каркас, изготовленный из однородной проволоки. Сопротивление стороны $R_0 = 1$ Ом, длина $a = 10$ см. К вершинам A и C треугольника приложено постоянное напряжение $U = 1$ В. Каркас расположен в плоскости XY , сторона AC параллельна оси X . Вся система находится в постоянном однородном магнитном поле с индукцией, равной $B = 10^{-3}$ Тл и направленной параллельно оси Y . Найдите силу Ампера, действующую на каркас.

Химия

1. Какое вещество A и при каких условиях могло быть использовано в реакции, выражаемой следующей схемой (указаны все исходные вещества и продукты без коэффициентов):



Приведите возможные уравнения реакций (с коэффициентами).

2. Сплав магния и цинка массой 7,7 г при сгорании в избытке кислорода дает 10,1 г оксидов. Определите состав сплава. Как изменится условие и решение этой задачи, если кислород заменить на азот?