

3) $n - 58$ есть точный квадрат.

6. Среди 12 монет есть одна фальшивая. Найдите ее четырьмя взвешиваниями на весах с двумя чашками без гирь, если неизвестно, легче она или тяжелее остальных.

7. Решите уравнение

$$|x - \sqrt{x} - 3| + |\sqrt{x} + 7 - x| = 6.$$

8. Сосуд емкостью 8 л наполнен воздухом, содержащим 16% кислорода. Из этого сосуда выпускают некоторое количество воздуха и впускают такое же количество азота; после чего опять выпускают такое же, как и в первый раз, количество смеси и опять дополняют таким же количеством азота. В новой смеси оказалось 9% кислорода.

НОВЫЙ ПРИЕМ В ШКОЛЫ-ИНТЕРНАТЫ ПРИ УНИВЕРСИТЕТАХ

Специализированный учебно-научный центр (сокращенно — СУНЦ) при МГУ (школа им. академика А.Н.Колмогорова), СУНЦ НГУ, СУНЦ УрГУ и Академическая гимназия при СПГУ объявляют набор школьников в 10 (двухгодичное обучение) и 11 (одногодичное обучение) классы.

Обучение ведется на двух отделениях: физико-математическом и химико-биологическом. В составе физико-математического отделения кроме основного профиля предлагаются компьютерно-информационный, биофизический (СУНЦ МГУ) и экономический. Химико-биологическое отделение представлено специализациями по химии и биологии.

Зачисление в школу производится на конкурсной основе по итогам нескольких туров. Первый тур — заочный письменный экзамен по математике, физике, химии. Успешно выдержавшие письменный экзамен по решению приемной комиссии в апреле — мае приглашаются в областные центры Российской Федерации на устные экзамены.

Ниже приведены условия заочного вступительного экзамена. Работа должна быть выполнена в обычной ученической тетради (на титульном листе укажите желаемый профиль обучения). На первой странице укажите свои анкетные данные: 1) фамилию, имя, отчество (полностью); 2) домашний адрес (подробный), индекс; 3) подробное название школы, класс. Работу отправляйте простой бандеролью (обязательно вложите в работу конверт с маркой, заполненный на свой домашний ад-

Определите, сколько литров газа выпускалось каждый раз из сосуда.

9. Найдите все пары чисел x, y , при которых является верным равенство $x^3 - x^2 - xy - 17x - 3y + 8 = 0$.

10. Окружность с центром на стороне AC равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) касается сторон AB и BC , а сторону AC делит на три равные части. Найдите радиус окружности, если $BH \cdot AC = 18\sqrt{2}$, где BH — высота треугольника ABC .

11. Решите неравенство

$$\frac{7 - 3x + \sqrt{x^2 + 3x - 4}}{x - 3} < -1.$$

12. На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответ-

ственно так, что $AM : MB = 5 : 1$, $CN : NB = 2 : 1$. Найдите отношение радиусов окружностей, описанных около треугольников ABC и BMC , если $\angle AMC = \angle ANC$ и $\angle ABC = 45^\circ$.

13. Решите уравнение

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{3|\sin x|}{\sin 3x} = -2.$$

14. Графику функции $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ принадлежат точки A и B , симметричные относительно прямой $x = 2$. Касательные к этому графику в точках A и B параллельны между собой. Одна из этих касательных проходит через точку $(0; 1)$, другая — через точку $(0; -5)$. Найдите значения a, b и c .

рес). Высылайте вашу работу по одному из следующих адресов:

121357 Москва, Кременчугская ул., 11, СУНЦ МГУ, Приемная комиссия, заочный экзамен (внимание: жители Москвы принимаются в учебный центр без предоставления общежития, телефон для справок 445-11-08);

199034 Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/96, Академическая гимназия;

620137 Екатеринбург, ул. Голощекина, 30, СУНЦ УрГУ;

630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 11, Учебно-научный центр НГУ, Олимпиадный комитет.

Срок отправки работ — не позднее 20 марта 1999 года (по почтовому штемпелю). Работы, высланные позже этого срока, рассматриваться не будут.

Если вы не сможете решить все задачи, не отчаивайтесь — комиссия рассмотрит работы с любым числом решенных задач.

Желаем успеха!

Вступительное задание

Математика

Для поступающих в 10 класс физико-математического отделения предназначены задачи 1—11, 13—20, а; для поступающих в 11 класс — задачи 1, 3—5, 7, 8, 10—20. Для поступающих на химико-биологическое отделение предназначены задачи 1, 5, 8, 10, 14.

Ученики 9 классов, обучающиеся только на 4 и 5 на отделении математики Всероссийской заочной многопредметной школы или на заочном отделении Малого мехмата, приглашаются на устные экзамены в СУНЦ МГУ (но не в СУНЦ НГУ) без выполнения прилагаемой работы.

1. Найдите число цифр у произведения чисел 365989345678932 и 34297348937.

2. Найдите все трехзначные числа, которые в 13 раз больше суммы своих цифр.

3. Найдите наименьшее шестизначное число, которое делится на 321.

4. Найдите число всех n , $1 \leq n \leq 33000$, которые делятся на 3, 5 и 11.

5. На дискотеке собрались 10 юношей и 9 девушек. Сколькими способами они могут составить 5 пар для участия в танце?

6. Упростите

$$(1-x)(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\dots(1+x^{2^n});$$

б)

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8}.$$

7. Вычислите

$$\cos\left(\pi \cos(2\pi \cos(3\pi \dots \cos(1998\pi(\cos(1999\pi))\dots))\right).$$

8. При каких a и b существует квадратный трехчлен $P(x)$ такой, что

$$x^4 + 3x^3 + 3x^2 + ax + b = P(x)(x^2 - 3x + 2)?$$

9. Найдите число корней уравнения

$$\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \dots + \sqrt{199 + x}}}} = 200.$$

10. Найдите число решений системы уравнений

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 6, \\ xy + 4yz + 2xz = 22, \\ xyz = 6. \end{cases}$$

11. Функция f называется четной (нечетной), если для любого x выпол-