Хаос молекул и звезд

А.СТАСЕНКО

ДАЛЕКО-ДАЛЕКО в глубинах Вселенной живет большое звездное облако, состоящее из одинаковых звезд типа нашего Солнца, которые летят равновероятно во всех направлениях с одинаковыми средними скоростями. И средние расстояния между ними тоже одинаковы. Физик сказал бы, что это похоже на однородный изотропный газ. А газ, как сказал бы древний грек, это же просто хаос ($\chi\acute{\alpha}o\zeta$).

Однако звезды, согласно закону всемирного тяготения, взаимодействуют друг с другом. Пролетая одна вблизи другой, они не могут двигаться по прямой, их траектории искривляются, так что издалека кажется, что два упругих шарика столкнулись друг с другом и разлетелись под углом χ с прежней относительной скоростью (рис.1). Но

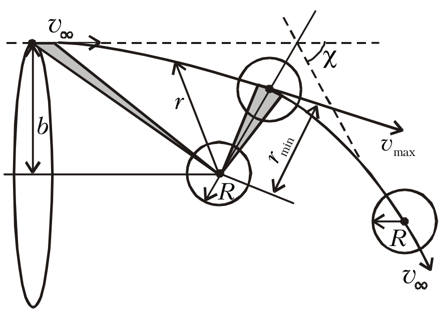

Рис. 1

что произойдет с их планетными системами – это совсем небезразлично для их жителей. Для них важен вопрос, каково (хотя бы в среднем) время между столкновениями звезд в этом звездном облаке. И вообще: что такое «столкновение»? Ведь звезды взаимодействуют, в принципе, на любом расстоянии. (То же можно сказать о свободных электронах и протонах в газовой плазме. И даже нейтральные молекулы в «обычных» газах «чувствуют» друг друга издалека благодаря электромагнитным полям, порождаемым движением электронов (см., например, статью «Любовь и ненависть в мире молекул» в «Кванте» №2 за 1994 г.).

И тут пора написать несколько формул.

Пусть наименьшее допустимое расстояние между звездами равно $r_{\min}$. Согласно второму закону Кеплера, площадь треугольника, «заметаемая» радиусом-вектором $\vec{r}$ в единицу времени, остается постоянной. Пусть относительная скорость звезд на большом удалении друг от друга равна v_∞, так называемое *прицельное расстояние* равно b, а наибольшая скорость при наибольшем сближении равна $v_{\max}$. Запишем утверждение второго закона Кеплера для двух заштрихованных треугольников:

$$\frac{1}{2}bv_\infty\Delta t = \frac{1}{2}r_{\min}v_{\max}\Delta t. \qquad (1)$$

Здесь b и $r_{\min}$ – высоты этих треугольников, а $v_\infty\Delta t$ и $v_{\max}\Delta t$ – их основания, т.е. расстояния, пройденные звездой за малое время Δt.

Ясно, что при сближении звезд их относительная скорость растет. За счет чего? Конечно, за счет работы силы притяжения $F = -mmG/r^2$. Это изменение скорости можно найти из второго закона Ньютона. А можно описать этот процесс на основе предположения о постоянстве суммарной механической энергии системы двух звезд. Иными словами, записать, что сумма их кинетической E_k и потенциальной E_p энергий одинакова при любом их расположении – например, при самом большом («бесконечном») и наименьшем расстояниях между ними:

$$E_{k_\infty} + 0 = E_{k\max} + E_{p\min},$$

или

$$\frac{mv_\infty^2}{2} + 0 = \frac{mv_{\max}^2}{2} + \left(-\frac{\alpha}{r_{\min}}\right). \qquad (2)$$

Здесь «ноль» (в левой части) означает, что при бесконечном удалении друг от друга звезды не взаимодействуют, а слагаемое $-\alpha/r_{\min}$ в правой части равно энергии их взаимодействия при $r = r_{\min}$. Тут уместно вспомнить, что эта энергия взаимодействия (потенциальная энергия) как раз и равна работе, которую нужно затратить, чтобы «вытащить» на бесконечность одну звезду из потенциальной ямы, создаваемой другой звездой (рис.2). Поскольку сила притяжения обратно пропорциональна квадрату расстояния, работа против этой силы будет обратно пропорциональна первой степени расстояния, а коэффициент α, конечно же, содержит произведение масс звезд и гравитационную постоянную: $\alpha = 2m^2G$.

Внимательный читатель может спросить, почему здесь появился множитель «2». В механике известно, что движение двух взаимодействующих частиц (например, двух тел, соединен-

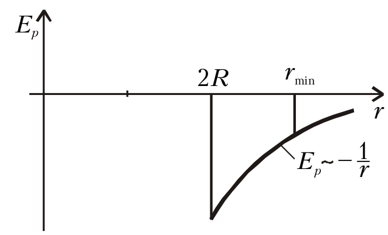

Рис. 2

ных одной пружинкой, двух гравитирующих масс, двух электрических зарядов) на расстоянии r можно свести к движению одной (так называемой приведенной) массы

$$\frac{m}{2} = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}$$

с радиусом-вектором $\vec{r}$. Поскольку нас интересуют здесь только оценки порядков величин, не будем останавливаться на этом подробнее.

Выразим $v_{\max}$ из равенства (1) и подставим в (2). Тогда получим

$$\left(\frac{b}{r_{\min}}\right)^2 = 1 + \frac{\alpha}{r_{\min}mv_\infty^2}. \qquad (3)$$

Видно, что последнее слагаемое есть отношение потенциальной энергии взаимодействия звезд (при наибольшем сближении) к кинетической энергии их относительного движения. Если бы не было никакого взаимодействия ($\alpha = 0$), то получилось бы $b = r_{\min}$, что естественно, так как звезды при этом двигались бы по прямым. Значит, взаимодействие приводит к увеличению прицельного расстояния, а именно – все звезды, центры которых на бесконечности попадут в круг радиусом b, пройдут от нашей звезды не далее чем на расстоянии $r_{\min}$ (т.е. в этом смысле заведомо «столкнутся» с ней). Если среднее расстояние между звездами равно l, то концентрация звезд будет $n = l^{-3}$. Тогда «поток звезд» через круг с прицельным расстоянием b равен