

пластина, и еще одна пластина расположена параллельно снаружи, так что эти дополнительные пластины образуют точно такой же конденсатор (см. рисунок). Дополнительные пластины соединяют между собой проводником, имеющим большое сопротивление. Какое количество теплоты выделится в этом проводнике?

После отсоединения источника заряды пластин конденсатора не меняются и его энергия равна

$$E_1 = \frac{CU_0^2}{2}.$$

После введения еще двух пластин и соединения их между собой на этих пластинах произойдет перераспределение зарядов и их потенциалы станут равными. У нас получатся три заряженных конденсатора, емкость каждого из которых вдвое больше исходной величины C (расстояние между обкладками полученных конденсаторов в два раза меньше, чем у исходного). Поля в точках A и B равны по величине и противоположны по направлению, поле в точке A равно сумме полей исходных зарядов пластин первого конденсатора и «новых» зарядов, а поле в точке B создается только «новыми» зарядами, поэтому ясно, что их поле составит ровно половину поля исходных зарядов. Таким образом, один из получившихся конденсаторов заряжен до напряжения $U_0/2$ (прежнее поле, но половина расстояния между пластинами), два других – до напряжений $U_0/4$ и $-U_0/4$ (поля в этих конденсаторах в два раза меньше). Общая энергия теперь составляет

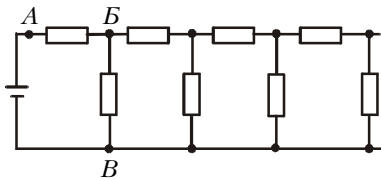
$$E_2 = \frac{2C(U_0/2)^2}{2} + \frac{2C(U_0/4)^2}{2} + \frac{2C(-U_0/4)^2}{2} = \frac{3CU_0^2}{8}.$$

Разность энергий и дает выделившееся тепло:

$$Q = E_1 - E_2 = \frac{CU_0^2}{8}.$$

А.Зильберман

Ф1650. Электрическая цепь составлена из большого количества одинаковых звеньев (см. рисунок). Каждое такое звено состоит из двух резисторов. К началу цепи



подключен источник постоянного напряжения $U = 12$ В. Идеальный амперметр подключают параллельно первому резистору цепи (между точками A и B), и он показывает силу тока $I_1 = 5$ мА. Если тот же амперметр подключить между точками B и V (параллельно второму резистору), то он покажет $I_2 = 2$ мА. Определите по этим данным сопротивления резисторов одного звена.

Сопротивление резистора из горизонтального ряда найти совсем просто. Когда амперметр включен между точками B и V , все напряжение источника приложено к этому

резистору, измеряемый ток течет через этот резистор, поэтому его сопротивление равно

$$R = \frac{U}{I_2} = 6 \text{ кОм}.$$

Найти сопротивление r «вертикального» резистора сложнее – при подключении амперметра между точками A и B он показывает сумму токов этого резистора и всей остальной бесконечной цепи. Обозначим сопротивление этой цепи через X , тогда

$$I_1 = \frac{U}{r} + \frac{U}{X} = \frac{U(r+X)}{rX}.$$

Сопротивление X можно выразить известным способом: при добавлении одного звена к такой длинной цепочке ее сопротивление не должно практически измениться:

$$X = R + \frac{rX}{r+X},$$

или

$$\frac{rX}{r+X} = X - R.$$

Тогда

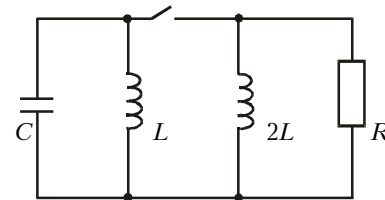
$$\frac{rX}{r+X} = X - R = \frac{U}{I_1} = 2,4 \text{ кОм}.$$

Отсюда

$$X = 8,4 \text{ кОм}, \text{ и } r = 3,36 \text{ кОм}.$$

А.Зильберман

Ф1651. Конденсатор емкостью C заряжен до напряжения U_0 . К нему подключают катушку индуктивностью L и в некоторый момент к выводам катушки подключают цепочку из параллельно соединенных катушки индуктивностью $2L$ и резистора с большим сопротивлением R (см. рисунок). Какое количество теплоты выде-



лится в резисторе? Зависит ли эта величина от момента подключения цепи к катушке? Элементы цепи считайте идеальными.

Пусть подключение произошло в тот момент, когда ток через катушку был равен I . В тепло перейдет при этом не вся энергия, запасенная контуром, – часть энергии останется в виде энергии магнитного поля тока, протекающего по контуру из двух идеальных катушек. Найдем эту энергию. Магнитный поток через сверхпроводящий контур (составленный из двух идеальных катушек) не изменяется. Если катушки расположены далеко друг от друга (или специально повернуты нужным образом), то можно пренебречь магнитным потоком, создаваемым полем одной катушки и пронизывающим другую (взаимной индукцией). В этом случае

$$LI = LI_1 + 2LI_1, \text{ отсюда } I_1 = \frac{I}{3}.$$