

находится в покое? Длина всего каната  $L$ . Размером блока пренебречь.

4. Система состоит из тела массой  $M$  с закрепленным на нем невесомым блоком и груза массой  $m$ , подвешенного на невесомой нити, перекинутой через блок (рис.2). Груз находится в контакте с

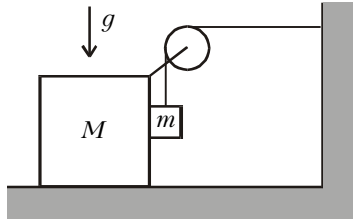


Рис. 2

телом. Второй конец нити прикреплен к неподвижной стенке, причем участок нити между стенкой и блоком горизонтален. Найдите ускорения груза и тела, если коэффициент трения между ними  $\mu$ , а трение между столом и телом отсутствует.

5. На покоящейся тележке массой  $M$  стоит тело массой  $m$  (рис.3). Телу «шел-

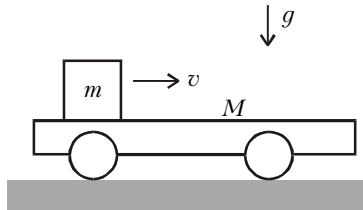


Рис. 3

чком» сообщили горизонтальную скорость  $v$ . К тому моменту, когда прекратилось проскальзывание, тело прошло относительно тележки расстояние  $x$ . Чему равен коэффициент трения скольжения между телом и тележкой, если трением качения можно пренебречь?

### 11 КЛАСС

1. Решите задачу 3 для 10 класса для случая  $\mu < \tan \alpha$ .

2. Сосуд с газом разделен перегородкой на два отсека: объем первого  $2V$ , давление газа в нем  $2p$ , а для второго отсека —  $V$  и  $p$  соответственно. Во сколько раз увеличится масса газа во втором отсеке после того, как в перегородке открыли отверстие и подождали пока все установится? Температура в системе поддерживается постоянной.

3. Найдите массу электронов, находящихся в одном моле водорода.

4. Связанные нитью шарики, массы которых  $m$  и  $M$ , имеют одинаковые заряды  $q$  и летят в направлении нити с равными скоростями  $v$  (рис.4). Нить

пережигают. Какова была длина нити, если после разлета шарик массой  $m$  остановился?

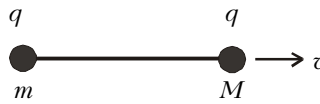


Рис. 4

5. Конденсатор емкостью  $C$ , имеющий вначале разность потенциалов на обкладках  $U$ , разряжается через два

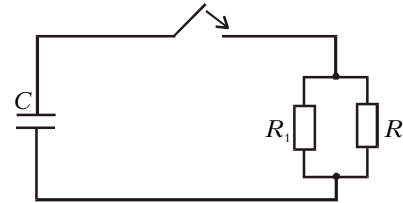


Рис. 5

резистора, которые соединены параллельно и имеют сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  (рис.5). Какое количество теплоты выделится на каждом резисторе?

### Первое задание по математике

### 9 КЛАСС

1. Квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, продолжением высоты, опущенной на гипотенузу, делится на два прямоугольника. Докажите, что эти прямоугольники равновелики квадратам, построенным на катетах треугольника.

2. Запись шестизначного числа в десятичной системе счисления имеет вид  $ABCABC$ , где буквами  $A, B, C$  обозначены некоторые цифры. Покажите, что такое число делится на: а) 7; б) 11; в) 13.

3. Можно ли расставить в вершинах куба числа 1, 2, ..., 7, 8 так, чтобы для каждой грани куба сумма чисел, стоящих в ее вершинах, была одинакова?

4. На окружности вписаны 50 чисел таким образом, что каждое из них равно полусумме двух соседних. Докажите, что все эти числа равны между собой.

5. Из точки  $C$  вне данной окружности  $O$  проведены к ней касательные  $CA$  и  $CB$ , и радиусом  $CA = CB$  описана окружность с центром в точке  $C$ . Через произвольную точку  $M$ , взятую на дуге построенной окружности внутри окружности  $O$ , проведены хорды  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что  $A_1B_1$  — диаметр окружности  $O$ .

6. Представьте выражение  $n^{2000} + n^{1999} + 1$  в виде произведения двух множителей.

### 10 КЛАСС

1. Для того чтобы купить каменный домик одному, Ниф-Нифу не хватает 19 золотых, а Нуф-Нуфу — 9 золотых. Бережливый Наф-Наф накопил денег столько же, сколько у Ниф-Нифа и Нуф-Нуфа вместе. Определите, смогут ли поросята купить домик втроем.

2. Докажите неравенство

$$\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b},$$

где  $a, b > 0$ .

3. У натурального числа, являющегося точным квадратом, предпоследняя цифра нечетна. Какой цифрой оканчивается данное натуральное число?

4. В параллелограмме  $ABCD$  на сторонах  $AB$  и  $AD$  взяты точки  $M$  и  $N$  такие, что

$$AM = \frac{1}{m} \cdot AB, \quad AN = \frac{1}{n} \cdot AD.$$

В каком отношении прямая  $MN$  делит диагональ параллелограмма?

5. Можно ли расставить числа 3, 4, 5, ..., 10, 11 в клетках квадрата  $3 \times 3$  так, чтобы произведение чисел первой строки равнялось произведению чисел первого столбца, произведение чисел второй строки равнялось произведению чисел второго столбца, а произведение чисел третьей строки равнялось произведению чисел третьего столбца?

6. Пусть  $O$  — центр окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , и  $A_1, B_1, C_1$  — точки пересечения этой окружности с отрезками  $AO, BO, CO$  соответственно. Найдите все треугольники  $ABC$ , для которых треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  подобны. (Под нахождением треугольника в данном случае подразумевается нахождение величин его углов.)

### 11 КЛАСС

1. Докажите, что существует треугольник, для которого выполняется соотношение  $\alpha^2 + \beta^2 = \gamma^2$ , где  $\alpha, \beta, \gamma$  — радианные меры углов треугольника. Существует ли прямоугольный треугольник, удовлетворяющий этому условию?

2. При каком значении параметра  $a$  уравнение

$$x - 2\sqrt{x} + a = 0$$

имеет единственное действительное решение?

3. Даны две окружности, пересекающиеся в точках  $M$  и  $N$ . Постройте треугольник  $ANB$  наибольшей площади, вершины  $A$  и  $B$  которого лежат на окружностях, а прямая  $AB$  проходит через  $M$ .