

Из этих двух равенств получаем

$$\frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} = \frac{V_0 - V_2}{V_0 - V_1} = \left(1 + \frac{m_b}{m_n}\right) \frac{V_2}{V_1},$$

откуда находим искомое отношение масс:

$$\frac{m_b}{m_n} = 2.$$

Задача 4. В кастрюлю-скороварку налили немного воды при комнатной температуре, герметично закрыли крышкой и стали медленно нагревать. Когда температура и давление в кастрюле достигли $t = 115^\circ\text{C}$ и $p = 3$ атм, вся вода выкипела. Найдите, какую часть объема занимала вода вначале. Давление паров воды и объем, занимаемый водой вначале, малы. Молярная масса воды $M = 18$ г/моль, плотность воды $\rho = 1$ г/см³, температура в комнате $t_0 = 17^\circ\text{C}$, атмосферное давление $p_0 = 1$ атм.

Пусть V – объем кастрюли, а v – объем, занимаемый водой. По условию вначале давление воздуха в кастрюле составляло $p_0 = 1$ атм, температура была $T_0 = 290$ К. В конце опыта давление p в кастрюле складывалось из давления воздуха $p_0 T/T_0$ и давления пара $p v RT/(MV)$. Таким образом,

$$p = p_0 \frac{T}{T_0} + \frac{\rho v RT}{M V},$$

откуда

$$\frac{v}{V} = M \frac{p - p_0 T/T_0}{\rho RT} = 9,3 \cdot 10^{-4} \approx 0,1\%.$$

Задача 5. В переносном газовом баллоне объемом $V_0 = 5$ л может поместиться не больше $m_0 = 2,2$ кг жидкого пропана (C_3H_8) под давлением $p = 10$ атм и при температуре $T = 290$ К. Сколько пропана в газообразном состоянии останется в баллоне, если израсходовать 90% пропана?

Пусть газообразный пропан с молярной массой $M = 44$ г/моль занимает объем V и его масса при этом равна $M p V/(RT)$. Предварительная оценка по этой формуле показывает, что оставшиеся 220 г пропана при давлении 10 атм заняли бы в газообразном состоянии объем, больший 2,2 л. Значит, часть пропана находится в виде жидкости с плотностью $\rho = m_0/V_0$. Таким образом, для оставшегося пропана массой $0,1m_0$ можно записать равенство

$$\rho(V_0 - V) + \frac{M p V}{RT} = 0,1m_0.$$

Отсюда находим массу пропана в газообразном состоянии:

$$m = \frac{M p V}{RT} = \frac{0,9 M p V_0}{RT} \approx 0,085 \text{ кг}.$$

Задача 6. Приготовление пищи в кастрюле-скороварке происходит при повышенном давлении, а следовательно, и повышенной по сравнению со 100°C температуре. Поэтому внезапная разгерметизация кастрюли приводит к образованию «мини-гейзера»: перегретая вода при атмосферном давлении бурно вскипает и кипит до тех пор, пока не охладится до 100°C . Оцените, какая часть воды в скороварке испарится при разгерметизации за счет внутреннего запаса тепла, если давление внутри кастрюли $p = 1,2$ атм. Известно, что изменение давления насыщенного пара вблизи атмосферного на $\Delta p_0 = 27$ мм рт.ст. вызывает изменение температуры на $\Delta t_0 = 1^\circ\text{C}$. При температуре 100°C удельная теплота испарения воды $\lambda = 2250$ кДж/кг, удельная теплоемкость $c = 4,2$ кДж/(кг · К).

Избыточное (по сравнению с атмосферным) на $\Delta p = 0,2$ атм давление вызывает перегрев на

$$\Delta t = \Delta t_0 \frac{\Delta p}{\Delta p_0} = \frac{0,2}{27/760}^\circ\text{C}.$$

При охлаждении до 100°C за счет внутреннего запаса тепла воды массой m испаряется часть воды массой Δm . Из уравнения теплового баланса

$$\lambda \Delta m = c m \Delta t$$

находим

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{c \Delta t}{\lambda} = 0,01.$$

Задача 7. В цилиндре под поршнем находится смесь ν молей жидкости и ν молей ее насыщенного пара при температуре T_0 . В изобарическом процессе смесь медленно нагрели, подведя к ней количество теплоты Q . В результате температура внутри цилиндра увеличилась на ΔT . Найдите изменение внутренней энергии содержимого цилиндра. Начальным объемом, занимаемым жидкостью, пренебречь.

По закону сохранения энергии, изменение внутренней энергии равно

$$\Delta U = Q - A,$$

где A – работа, совершенная в процессе нагрева против внешних сил, поддерживающих давление в цилиндре постоянным. Подвод тепла при постоянном давлении приводит сначала к испарению жидкости при постоянной температуре, и лишь когда вся жидкость испарится, начнется нагревание пара. (Заметим, впрочем, что для величины изменения внутренней энергии системы неважно, каким именно путем сис-

тема пришла из начального состояния в конечное.)

В процессе изобарического испарения жидкости против внешнего давления p совершается работа $A_1 = p(V_{k_1} - V_{o_1})$, где $V_{k_1} = \nu RT_0/p$ – конечный объем, занятый испарившейся при постоянной температуре T_0 жидкостью, а V_{o_1} – начальный объем жидкости, которым по условию можно пренебречь. Итак, $A_1 = \nu RT_0$. Аналогично, в процессе изобарического нагревания 2ν молей на ΔT работа против внешнего давления равна $A_2 = p(V_{k_2} - V_{o_2})$, где $V_{k_2} = 2\nu R(T_0 + \Delta T)/p$ – конечный объем пара при температуре $T_0 + \Delta T$, а $V_{o_2} = 2\nu RT_0/p$ – его начальный объем. Таким образом, $A_2 = 2\nu R \Delta T$.

Окончательно полная работа против внешних сил составляет

$$A = A_1 + A_2 = \nu RT_0 + 2\nu R \Delta T,$$

а изменение внутренней энергии жидкости и пара равно

$$\Delta U = Q - \nu RT_0 - 2\nu R \Delta T.$$

Задача 8. В герметичном сосуде при 0°C находится $m = 1$ г воды. При нагревании сосуда до 100°C вся вода испаряется, превращаясь в насыщенный пар. Какое количество теплоты было подведено к воде в этом процессе? Удельная теплота испарения воды (при 100°C и атмосферном давлении) $\lambda = 2250$ Дж/г, удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ Дж/(г · К), молярная масса пара $M = 18$ г/моль.

Объем сосуда не меняется, работа против внешних сил не совершается, поэтому подведенное количество теплоты определяется только изменением внутренней энергии системы и не зависит от способа перехода из начального состояния в конечное.

Нагреем сначала воду (не испаряя ее) от 0°C до 100°C , т.е. на $\Delta t = 100^\circ\text{C}$. Увеличение ее внутренней энергии при этом составит

$$\Delta U_1 = c m \Delta t.$$

Изменение внутренней энергии воды при превращении ее в пар найдем из первого начала термодинамики:

$$\Delta U_2 = \lambda m - A,$$

где A – работа против постоянного внешнего давления $p = 10^5$ Па (давление насыщенного пара при 100°C). Эта работа равна $A = p(V_k - V_0)$, где $V_k = mRT/(Mp)$ – конечный объем пара при 100°C , V_0 – начальный объем воды при 0°C , которым можно пренебречь. Итак,

$$A = \frac{m}{M} RT, \quad \Delta U_2 = \lambda m - \frac{m}{M} RT.$$