

Секрет змеи. Ползет или катится?

А. ЧЕРКУН

ЗАДУМЫВАЛИСЬ ли вы о том, как перемещаются змеи? Понятно, что они извиваются и что используют силу трения. Сила трения действительно необходима — иначе, проскальзывая, не сдвинетесь с места. Но, в порядке мысленного эксперимента, попробуйте те со связанными попарно руками и ногами проползти хотя бы метров десять по дугу — та же сила трения окажется серьезным препятствием. Змея, однако, столь изящна и легка в движениях, что без труда охотится на мелких млекопитающих. Ее движение завораживает, а механизм движения таит в себе красивую загадку. Маловероятно, чтобы никто ее не решил, но решение это широко не известно, а любопытно чрезвычайно.

Оказывается, решение можно найти чисто умозрительно. Дело в том, что высокоорганизованное существо напрасно энергию тратить не будет — энергия расходуется на работу против силы трения. Сделаем некоторые оценки.

Разобьем тело змеи по длине на 39 маленьких участков (это довольно много). Пусть каждый участок имеет мгновенную скорость v_n , где n — номер участка, и давит на землю с силой Q_n . Если P — вес змеи, то

$$P = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_{39}.$$

Для силы трения на каждом участке воспользуемся известной формулой

$$F_n = \mu Q_n,$$

где μ — коэффициент трения, и будем помнить, что эта сила противоположна скорости по направлению. В этом случае для расходуемой против силы трения мощности верно следующее выражение:

$$N_n = F_n v_n = \mu Q_n v_n.$$

Тогда для всей змеи получим

$$N = \mu (Q_1 v_1 + Q_2 v_2 + \dots + Q_{39} v_{39}).$$

Предположим, что змея куда-нибудь спешит, и выразим этот факт неравенством

$$v_1 + v_2 + \dots + v_{39} > c.$$

Здесь c — некоторая положительная константа, назовем ее фактором спешки. А сколь малой может быть трата энергии змеей при известных весе змеи P и факторе спешки c ?

Обозначим минимальную из всех сил давления через Q_m и минимальную из всех скоростей — через v_m . Тогда, очевидно,

$$N > 39 \mu Q_m v_m.$$

Желательно, чтобы $Q_m = 0$ и $v_m = 0$, т.е. чтобы змея на некоторых участках имела нулевую скорость, а на некоторых участках давила на землю с нулевой силой. Разумеется, за это придется заплатить повышенной скоростью и повышенным давлением на других участках. Но здесь есть выход — там, где повышена скорость, надо давить меньше, а где повышено давление, надо двигаться потише. Что если змея приподнимает все тело над землей и почти все силы давления равны нулю, кроме нескольких точек, в которых сосредоточен весь вес, а мгновенная скорость тоже равна нулю? Тогда $N = 0$! Правда при этом придется совершать работу против силы тяжести, но эта работа невелика, так как приподниматься надо всего на несколько миллиметров.

Интересно, что идущий человек безотчетно следует описанному принципу. Нога, которая в данный момент касается земли, держит весь вес тела, а другая разгружена и без сопротивления перемещается по воздуху, опережая по скорости корпус человека. Человек при этом еще поднимается на несколько сантиметров. Однако его передвижение разбито на такты — левой, правой. Змеиное движение поражает видимой непрерывностью и отсутствием тактов. Как представить себе движение с постоянной средней скоростью, при котором есть участки с нулевой мгновенной скоростью и отсутствуют такты?

Как известно, уж ползет в направлении от хвоста к голове, а пустынная эфа — перпендикулярно этому направлению, т.е. боком (рис.1). Давайте попробуем смоделировать ее движение.

Намотайте четыре-пять витков тол-

той проволоки на бутылку, снимите ее и растяните за концы, чтобы получилась спираль. Положите ее на светлую поверхность и, осветив настольной лампой, толкните в сторону от лампы. Тень от катящейся спирали идеально напоминает движение эфы. Для большего эффекта к внутренней стороне

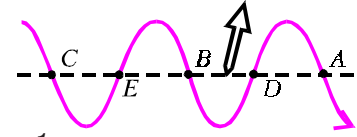


Рис. 1

спирали (чтобы не мешать движению) прикрепите несколько пластилиновых шариков, имитирующих голову и спинной узор змеи. Вы увидите, что тень от шариков то вдвое опережает по скорости ось спирали, то останавливается в момент прохождения шариком нижней точки. Будем считать, что точки A, B, C (см. рис.1) — точки сиюминутного касания «эфы» с землей, а точки D и E находятся в нескольких миллиметрах от земли. Прижмем «эфу» в точках A, B, C. Сможет она еще сместить свою

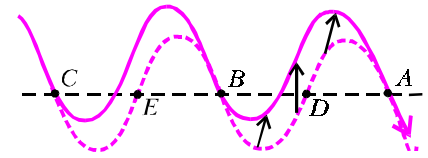


Рис. 2

среднюю линию в прежнем направлении? Да, на рисунке 2 сплошной линией показано ее новое положение, а стрелки иллюстрируют смещения некоторых точек.

Аналогия с тенью спирали хороша, но обладает недостатком — змея не дождейвой червяк и не растягивается, в то время как расстояние между тенями соседних шариков постоянно меняется (убедитесь в этом). Для получения более точной модели обратимся к ри-

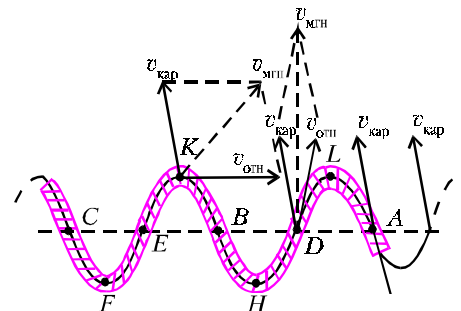


Рис. 3

сунку 3. Возьмем плоский волнообразный проволочный каркас, бесконечно простирающийся влево и вправо. Прикрепим к нему петельками толстую веревочку — суть эфу. Начнем двигать весь каркас поступательно вверх и чуть влево (по касательной к каркасу в точке *A*) с постоянной скоростью, а веревочку потянем слева направо с той же по величине скоростью так, чтобы она огибала каркас. Сложное движение веревочки относительно плоскости рисунка обладает всеми нужными свойствами: постоянная средняя скорость, локальная нерастяжимость, отсутствие тактов и наличие точек с нулевой мгновенной скоростью. Действительно, в точках типа *A, B, C* скорости относительного движения веревочки и поступательного движения каркаса в сумме дают ноль. Для других точек векторное сложение скоростей дает ненулевой результат с максимумом в точках *D* и *E*. Для еще большего уточнения модели каркас надо подогнуть: прижать к поверхности все точки типа *A, B, C*, а за точки типа *D, E* потянуть от поверхности, чтобы они застыли над ней в нескольких миллиметрах. Если бы веревочка без каркаса погнала волну изгиба вдоль своего «тела», выгибая еще и чуть-чуть «спину», то она поползла бы, подобно эфе, с минимальными затратами энергии. Точки касания при этом, начинаясь от головы *A*, пробегали бы равномерно все тело и отрывались на хвосте *C*.

Приспособим теперь модель каркаса и веревочки для ужа. Каркас, изображенный на рисунке 3, будем двигать слева направо, а веревочку — в обратном направлении. Скорости при сложении дадут ноль в точках *F, H, K, L* — значит, в них уж касается земли, а точки *A, B, C, D, E* парят над землей. Точки касания теперь бегут по телу от хвоста к голове.

Интересно, что след эфы на песке

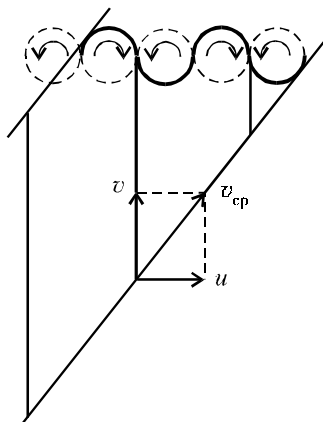


Рис. 4

представляет собой отдельные полосы, длина которых равна длине змеи (рис.4). А след ужа выглядит как след саней — в виде двух полос (так что по нему уже легко не определишь размер змеи).

Оценим средние скорости v_{cp} ужа и эфы в случае их одинаковых размеров и одной и той же частоты телодвижений. Скорости веревочек v относительно каркасов будут одинаковыми, одинаковыми и равными v будут и скорости каркасов. Веревочка огибает все извилины каркаса со скоростью v , поэтому ее прямолинейная средняя скорость u вдоль каркаса меньше v во столько раз, во сколько длина каркаса между точками *A* и *D* больше длины отрезка *AD*. Если считать каркас состоящим из полуокружностей, то это отношение равно $\pi/2$, т.е.

$$u = \frac{v}{\pi/2}.$$

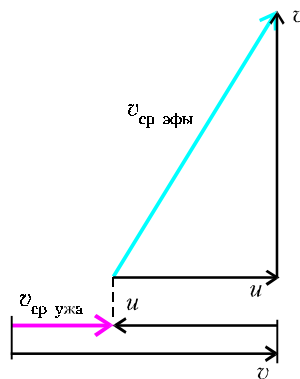


Рис. 5

Сложим векторно скорость веревочки относительно каркаса и поступательную скорость каркаса (рис.5) и получим

$$v_{cp\ ужа} = (1 - 2/\pi)v \approx 0,36v,$$

$$v_{cp\ эфы} = \sqrt{(2/\pi)^2}v = 1,18v.$$

Таким образом, эфа движется втрое быстрее ужа.

Оказывается, свойства колеса — гордости человечества — удивительным образом похожи на описанные выше. Действительно, колесо касается земли в одной точке, что приводит к большому давлению и накладывает требования на твердость дорожного покрытия. Отсутствие проскальзывания (нулевая мгновенная скорость) не дает силе трения в точке касания совершить работу. Точка касания равномерно бежит по ободу колеса, отсутствуют такты.

Представим себе, что на рисунке 6 изображено сплошное колесо с отверстием, в которое вставлена ось *O*, жестко связанная с тележкой. В оси колеса

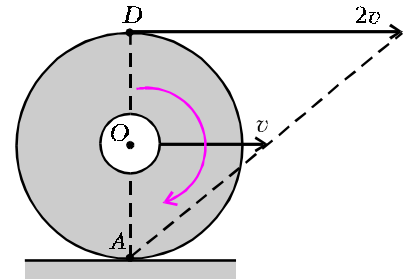


Рис. 6

действует сила трения. Ее величина грубо равняется произведению нагрузки на ось и коэффициента трения, т.е. такая, какая была бы и без колеса. Но работа этой силы мала, так как при полном обороте колеса тележка переместится на длину обода колеса, а трение в оси совершит работу на длине окружности оси. Колесо дает выигрыш в отношении диаметров обода и оси. У змеи «точка касания» представляет собой вытянутое пятно, которое на периферии все-таки проскальзывает, и энергия расходуется. Более того, надо помнить, что мышцы устроены так, что при напряжении они расходуют энергию даже в отсутствие видимых перемещений. Выходит, поверьте о том, что змея догоняет жертву, свернувшись колесом, абсурдно не полностью. Заметим, что описанный принцип движения уменьшает также износ шкурки змеи и минимизирует тепловой контакт с горячим песком или холодной землей.

Для проверки теории в летний солнечный день на реке Оке был пойман уж и отвлечен от своих занятий на 15 минут. Сначала хотелось увидеть его след на песке, но по сухому песку он двигался плохо, перечеркивая предыдущий отпечаток (можно предположить, что он не может оторваться от сыпучего песка), а на сыром песке след был почти не виден. Оказалось, что уж умеет ползать боком, как эфа, и давать задний ход, но это к теории не относится. Затем, прижавшись щекой к песку, я увидел четкие (миллиметров пять) зазоры между брюшком и песком. Это уже факт серьезный. Десятки раз я встречал раньше ужа, но о том, что большая часть его тела приподнята над землей, не подозревал. Общая картина динамики зазоров и точек касания не выяснилась, так как пора было отпускать ужа домой, но то, что он не ленился отрывать тело от земли, — вполне удовлетворительный результат.

Итак, можно сказать, что змея, хоть и не летает, но и не ползает. Видимо, колесный бронетранспортер — один из лучших образцов, пригодных к описанию движения змеи.