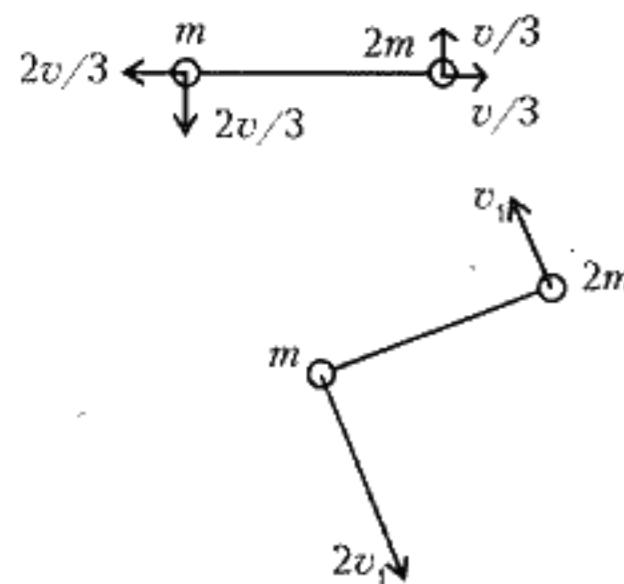


от легкого шарика, скорость легкого шарика такая же по величине, но перпендикулярная указанной прямой. При какой величине зарядов шарики при дальнейшем движении побывают дважды на расстоянии 3 м друг от друга? Гравитационным взаимодействием шариков пренебречь.

Заряды шариков не должны быть слишком велики — иначе шарики просто не разлетятся на расстояние 3a (где $a = 1$ м), заряды не должны быть и слишком малы — иначе шарики вообще разлетелись бы «на бесконечность» и не вернулись друг к другу. Итак, для того чтобы шарики побывали на указанном расстоянии дважды (а в этом случае — и многократно), их заряды



должны лежать в определенном интервале. Найдем его «верхнюю» границу — соответствующую случаю, когда максимальное расстояние между шариками составит 3a. Для этого воспользуемся законом сохранения энергии — кинетическая энергия шариков уменьшается при разлете и на такую же величину возрастает энергия электростатического взаимодействия зарядов. Однако не вся кинетическая энергия системы передаст в электрическую — центр масс продолжает двигаться с неизменной скоростью, а шарики кроме «разлета» могут вращаться вокруг центра масс.

Перейдем в систему, связанную с центром масс шариков. Ее скорость удобно представить как сумму двух составляющих — вдоль линии шариков (начальный момент!) с величиной $2v/3$ и перпендикулярно ей с величиной $v/3$.

На рисунке показаны скорости шариков в системе центра масс сразу после начала движения и на максимальном удалении 3a (масштаб на рисунке не соблюдается — второй отрезок должен быть в 3 раза длиннее). Во втором случае шарики уже не разлетаются и их скорости перпендикулярны соединяющей их линии. Легко видеть, что скорость v_1 тяжелого шарика во столько раз меньше скорости $v/3$, во сколько раз расстояние до центра масс для этого шарика больше начального, т.е. $v_1 = v/9$. Для легкого шарика эта скорость в два раза больше.

Запишем баланс энергий:

$$m \frac{4v^2}{9} + 2m \frac{v^2}{9} - m \frac{2v^2}{81} - 2m \frac{v^2}{2 \cdot 81} = \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{3a} \right).$$

Отсюда получаем

$$q_1 = v \sqrt{\frac{68\pi\epsilon_0 ma}{18}} \approx 0,32 \text{ мКл.}$$

Аналогично — для величины q_2 , гарантирующей шарики от разлета на бесконечное расстояние. Но теперь можно не учитывать в энергии «вращательную» со-

ставляющую — при большом расстоянии между шариками она становится пренебрежимо малой, поэтому запишем

$$m \frac{4v^2}{9} + 2m \frac{v^2}{9} = \frac{q_2^2}{4\pi\epsilon_0 a}, \text{ и } q_2 = v \sqrt{\frac{8\pi\epsilon_0 ma}{3}} \approx 0,27 \text{ мКл.}$$

Итак, при $q_1 \geq q \geq q_2$ шарики побывают дважды (и еще много раз) на расстоянии 3 м друг от друга.

З. Рафаилов

Ф1620. Цепь на рисунке 1 содержит огромное коли-

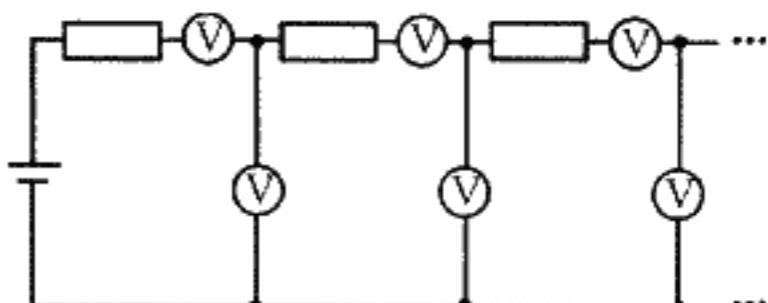


Рис. 1

чество звеньев, каждое из которых состоит из резистора и двух вольтметров. Все вольтметры в цепи одинаковые, сопротивления всех резисторов равны между собой. Цепь подключают к батарейке, при этом первые два вольтметра показывают напряжения 6 В и 4 В (догадайтесь сами — какой показывает меньше, а какой больше). Найдите показания второй пары вольтметров. Найдите также сумму показаний всех вольтметров.

Обозначим сопротивление всей бесконечной цепочки X . Сопротивление такой цепочки не должно изменяться при добавлении или отбрасывании одного звена (резистор и два вольтметра). Следовательно, параллельно

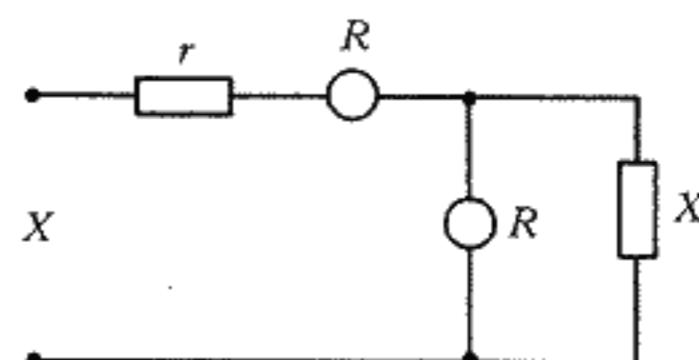


Рис. 2

второму вольтметру включен резистор X (рис. 2), и мы можем записать соотношения для упрощившейся схемы (вспомним показания вольтметров!):

$$\frac{RX}{R+X} = \frac{4R}{6}.$$

Отсюда $X = 2R$. Теперь легко найти величину r :

$$r + R + \frac{2R}{3} = X = 2R, \quad r = \frac{R}{3}.$$

Для первого звена напряжение на резисторе r получается 2 В, а напряжение батарейки составляет 12 В.

Второе звено цепи (и бесконечная цепочка начиная со второго звена) подключено к напряжению 4 В, показания вольтметров этого звена в 3 раза меньше, чем первого звена, и т. д. Тогда понятно, что показания вольтметров второго звена составят 2 В и $4/3$ В. Легко найти и сумму показаний вольтметров в этой цепи — первое звено даёт 10 В, второе в 3 раза меньше и т. д. Пользуясь формулой для нахождения суммы бес-