ференции одаренных школьников, которая состоится в Москве, и, возможно, войдут в команду для участия в международных встречах.

Все учащиеся, приславшие свои работы в Оргкомитет олимпиады, независимо от результатов их проверки, получат приглашение учиться на заочном отделении Всероссийской школы математики и физики «АВАНГАРД» в 1998/99 учебном году на льготных условиях.

ВНИМАНИЮ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ 6 – 10 КЛАССОВ! ПРИГЛАСИТЕ К УЧАСТИЮ В ОЛИМПИАДЕ СВОИХ УЧЕНИКОВ!

5. Существует ли треугольник, у которого сумма сторон больше 1997 м, а площадь меньше $1/1997$ мм^2?

6. На сколько частей делят пространство продолженные плоскости граней куба?

7. Можно ли завернуть в платок размером 3×3 куб со стороной 1, не разрезая платок?

7 КЛАСС

1. Восстановите пропущенные цифры:

```
   941
×  ***
  -----
   **6*
****
-------
5**3**
```

2. Найдите сумму: $1-2+3-4+\ldots$ ... (знак?) 1997 = ?

3. Выразите l из соотношения

$$2l+k=\frac{4l^2-k^2}{m+2l}.$$

4. Постройте на координатной плоскости $0xy$ множество точек, координаты x и y которых удовлетворяют неравенству

$$|x|+x+|y|+y\ge 0.$$

5. Найдите геометрическое место точек плоскости, удаленных от заданного отрезка на расстояние 1 см.

6. Из шести одинаковых спичек составьте четыре треугольника с вершинами в концах спичек.

7. На сколько частей делят пространство продолженные плоскости граней равносторонней треугольной пирамиды?

8 КЛАСС

1. Что больше:

$$\sqrt[2000]{\frac{1997}{1998}} \text{ или } \sqrt[2000]{\frac{1998}{1999}}?$$

2. Решите систему

$$\begin{cases}\dfrac{2}{x+y-1}-\dfrac{1}{x-y+1}=1,\\[2mm] \dfrac{2}{x-y+1}-\dfrac{1}{x+y-1}=1.\end{cases}$$

3. Существует ли целое число n такое, что

$$n^2=222..22 \text{ (1997 цифр)?}$$

4. Найдите сумму:

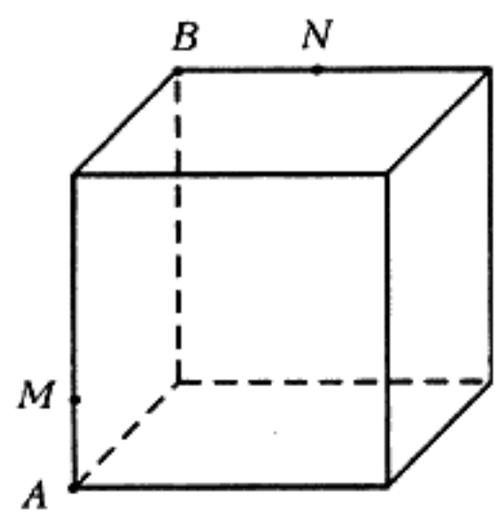
$1-3+5-7+\ldots$(знак ?) 1997 = ?

5. Решите в целых числах уравнение

$$\left(x^2+y^2\right)\left(y^2+z^2\right)\left(x^2+z^2\right)=650.$$

6. Дан равносторонний треугольник со стороной 1. В каком отношении делит его площадь окружность с центром в одной из его вершин, проходящая через центр треугольника?

7. Таракан ползет по поверхности единичного куба из точки M в точку N



(см. рисунок). Определите кратчайшую траекторию таракана и найдите ее длину, если $AM=1/3$, а $BN=1/2$.

9 КЛАСС

1. Избавьтесь от иррациональностей в выражении

$$\sqrt{24-2\sqrt{80}}-\sqrt{2\sqrt{20}+21}.$$

2. Решите уравнение

$$x^{1997}+x^{1996}+\ldots+x+1=0.$$

3. При каких условиях на коэффициенты a, b, c уравнение $ax^4+bx^2+c=0$ имеет ровно два корня, причем разных?

4. См. задачу 4 для 7 класса.

5. В треугольнике ABC ($AB=5$, $BC=12$, $AC=13$) проведена окружность с центром в точке B, касающаяся стороны AC. Найдите суммарную площадь кусков треугольника, не попавших внутрь круга.

6. Докажите закон сохранения $r_1^2+r_2^2=\text{const}$, где r_1 и r_2 – радиусы намотанных лент на двух катушках магнитофонной кассеты.

7. Расстояние между точками A и B пространства равно 1. Найдите геометрическое место точек M пространства таких, что длины AM и BM – целые числа.

10 КЛАСС

1. Решите неравенство

$$\sin(\arcsin x)\ge\arcsin(\sin x).$$

2. Изобразите на координатной плоскости $0xy$ множество точек, координаты x и y которых удовлетворяют неравенству

$$\left(x^2+y^2-2y\right)\left(y-x^2\right)>0.$$

3. Решите в целых числах уравнение

$$x^4\left(y^2+z^2\right)+z^4\left(x^2+y^2\right)+$$
$$+y^4\left(z^2+x^2\right)+2x^2y^2z^2=50.$$

4. Известно, что степень многочлена $P(P(x))$ равна степени многочлена $P(x)$. Найдите все такие многочлены, у которых

$$\left(P(P(0))\right)^2-\left(P(0)\right)^2=0.$$

5. Функция $f(x)$ удовлетворяет условию

$$f(xy)=f(x)f(y)+$$
$$+f(x)-f(y)+f(x-y)$$

при всех x и y. Докажите, что $f(1997)\ge 0$.

6. На плоскости даны точки A и B. Найдите геометрическое место точек S плоскости таких, что треугольник ASB – тупоугольный.

7. Считая Землю шаром радиусом R, найдите площадь земной поверхности, ограниченной меридианами 19°59′ и 20°37′ в.д., а также (с юга) траекторией кратчайшего пути между точкой пересечения первого меридиана с Северным тропиком и второго меридиана с Южным тропиком. (Широта тропика 23°27′.)