

Рис.6. Неустойчивость Эйлера

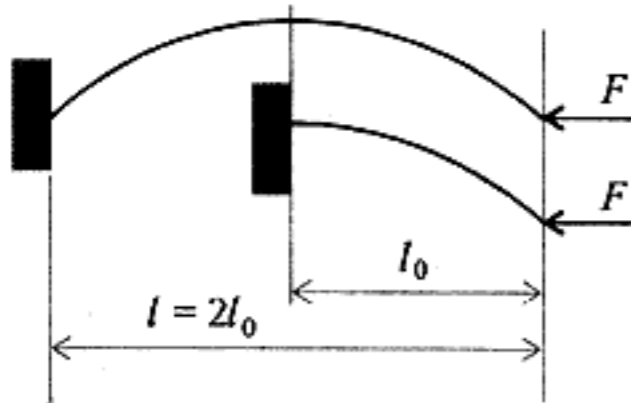


Рис.7. Половина шарнирно закрепленного стержня ведет себя как консольно закрепленный стержень

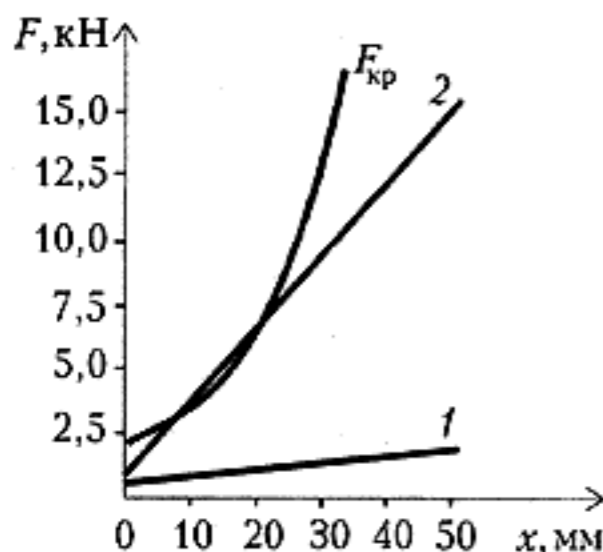


Рис.8. Гвоздь можно забить, если сила сопротивления меньше критической силы

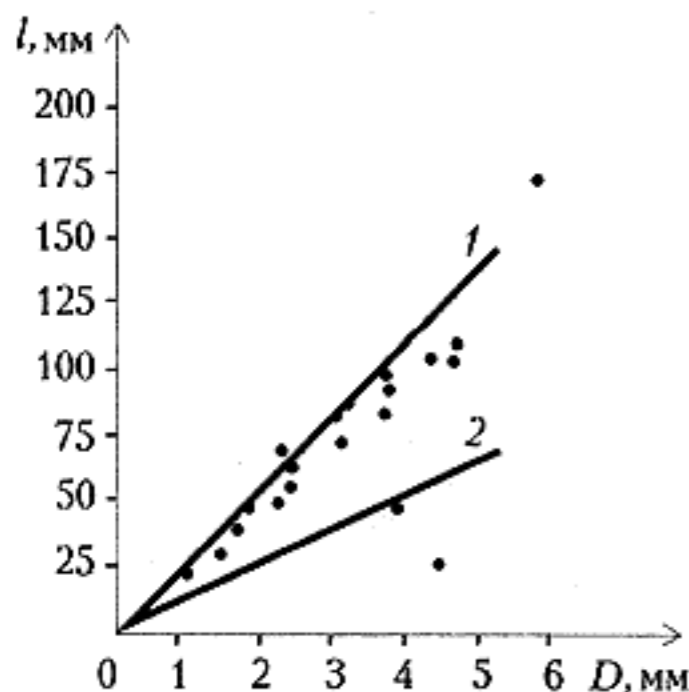


Рис.9. «Забиваемость» гвоздей (все гвозди, лежащие ниже прямой 1, можно забить в ель, а лежащие ниже прямой 2 — в бук)

легко вычислены для нашего эталонного гвоздя: $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па — модуль Юнга стали, l — длина гвоздя, величина I называется моментом инерции поперечного сечения и зависит от размера и формы поперечного сечения гвоздя — так, для гвоздя стандартного круглого сечения $I = \pi R^4/4$ (а например, для старинного кованого гвоздя квадратного сечения $I = a^4/12$, где a — сторона квадрата). Единственное, нам надо несколько видоизменить формулу Эйлера для $F_{кр}$, так как мы рассматриваем уже частично вбитый гвоздь, который следует считать не шарнирно, а консольно закрепленным стержнем (у которого фиксированы и точка опоры, и направление стержня в этой точке). Условие устойчивости в этом случае легко получить, рассматривая равновесие шарнирно закрепленного стержня вдвое большей длины $l = 2l_0$ (рис.7). Если мысленно провести через середину такого стержня плоскость, оставшаяся часть гвоздя будет представлять собой консольно закрепленный стержень. Поэтому критическая сила для консольно закрепленного стержня равна критической силе для шарнирно закрепленного стержня вдвое большей длины:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} = \frac{\pi^2 EI}{4l_0^2}$$

Вот теперь мы готовы дать самый исчерпывающий ответ.²

На рисунке 8 для эталонного гвоздя изображена зависимость силы сопротивления и критической силы, равной

$$F_{кр}(x) = \frac{\pi^2 EI}{4(l_0 - x)^2} = \frac{F_3 l_0^2}{(l_0 - x)^2},$$

где $F_3 = 2,48$ кН, от глубины погружения x . Для ели эти кривые не пересекаются — гвоздь вбить в ель можно, и при желании с одного удара. В случае бука кривые пересекаются при $x = 10$ мм. Поэтому в бук гвоздь можно вбить лишь на глубину 10 мм, после этого он будет гнуться. Именно такое поведение гвоздя мы наблюда-

²Отметим, что условие неустойчивости Эйлера относится к случаю статических нагрузок. Применение этого условия к динамическим, а тем более к ударным нагрузкам, может претендовать лишь на качественное описание явления и не может дать «исчерпывающий ответ» в количественном смысле. (Прим. ред.)

ли при снятии экспериментальной зависимости. Чтобы полностью вдавить эталонный гвоздь в бук, нам пришлось на неустойчивом участке (10–19 мм) удерживать его плоскогубцами, не давая гнуться.

Подведем главный итог наших исследований. Для забивания гвоздей важна не столько сила, сколько взаимное расположение кривых, соответствующих росту силы сопротивления и силы Эйлера. Если эти кривые пересекаются, гвоздь полностью вбить в дерево с одного удара невозможно, даже если силы в избытке.

Калейдоскоп

Осваивая искусство забивания гвоздей, мы с удивлением обнаружили, что с ним связано множество интересных вопросов и поучительных задач. Мы решили поделиться с читателями некоторыми из обнаруженных нами закономерностей (попробуйте самостоятельно обосновать их).

Итак, знаете ли вы, что...

...гвоздь лишь тогда можно вбить в дерево (т.е. соответствующие кривые не пересекутся), когда его размеры удовлетворяют «условию вбиваемости» $l_0/R < C$, где C — некоторая постоянная, характеризующая породу дерева. Согласно нашим экспериментальным данным, для ели C равно 45,9, для бука — 24,8.

...среди стандартных гвоздей наиболее вбиваемы гвозди малых размеров (рис.9) — начиная с «шестидесятки» всех их можно забить в ель. Среди «соток» вбиваемы в ель лишь достаточно толстые представители, а великану-«двухсотке» следовало бы увеличить свой диаметр почти вдвое. Бук — чрезвычайно твердый материал для стандартных гвоздей, полностью в него можно вбить лишь дюбель.

...легкими постукиваниями гвоздь в дерево не вбить. Для того чтобы гвоздь входил в дерево, а не пружинил, энергия молотка должна превосходить определенную «пороговую» энергию. Например, заключительные удары при забивании стандартного гвоздя в бук должны нести в себе энергию не менее 0,8 Дж.

...если вам удалось забить гвоздь на треть его длины, дальше бейте смело — он не согнется (теорема!).