

Разбиения, ГС-перестановки и деревья

Н. ВАСИЛЬЕВ, Л. КОГАНОВ

ШКОЛЬНИКИ, серьезно интересующиеся математикой, участвующие в олимпиадах и готовые размышлять над сложными задачами, должны быть знакомы с элементами комбинаторики, одним из наиболее интенсивно развивающихся разделов математики.

Хотя те несколько задач, которые мы ниже разбираем, не требуют предварительного изучения основ комбинаторики, мы очень советуем тем, кто встречается с комбинаторными задачами впервые, открыть учебник для физико-математических классов Н.Я.Виленкина, О.С.Ивашева-Мусатова, С.И.Шварцбурда «Алгебра и

математический анализ», во второй части которого содержатся начальные сведения по комбинаторике, или замечательную книгу Н.Я.Виленкина «Комбинаторика», где на множестве разнообразных примеров объяснены характерные постановки задач и приемы рассуждений, которые встретятся в этой статье.

Начнем с формулировок трех задач, как мы скоро увидим, тесно связанных друг с другом. Вторая из них возникла в работе одного из самых известных современных специалистов по комбинаторике (автора ряда фундаментальных работ и очень хорошей книги «Перечисли-

тельная комбинаторика») Ричарда Стенли.

Формулировки задач

Задача о разбиениях на пары. Сколько существует разбиений множества из $2n$ элементов $\{1, 2, \dots, 2n\}$ на пары? (Порядок элементов внутри каждой пары, а также порядок самих пар не принимаются во внимание.)

Представив наши $2n$ элементов точками $1, 2, \dots, 2n$ числовой прямой, мы можем изобразить каждое такое разбиение n полуокружностями, каждая из которых оканчивается в двух

