

в) Докажите, что S есть окружность Аполлония по отношению к отрезку AB .

г) Выведите из а) принцип двойственности точек и прямых в проективной геометрии.

16. Дан четырехугольник $KLMN$. Прямые KL и MN пересекаются в точке A , прямые KN и LM — в точке B , прямые KM и LN — в точке C . Прямые AC и LM пересекаются в точке P , а прямые BC и MN — в точке Q . Докажите, что прямые LN , PQ и AB пересекаются в одной точке или параллельны.

17. Точки A, B, C попарно сопряжены (см. задачу 15) относительно окружности S с центром O . Докажите, что O есть ортоцентр треугольника ABC .

18. Дан четырехугольник $ABCD$. Прямые AB и CD пересекаются в точке P , а диагонали четырехугольника — в точке Q . Прямая PQ пересекает стороны AD и BC , соответственно, в точках K и L . Обозначим через R точку пересечения диагоналей четырехугольника $KLCD$, а через M и N — соответственно, точки пересечения прямой PR с прямыми AD и BC . Дока-

жите, что

$$\frac{AM}{MD} = 3 \frac{AK}{KD}.$$

20. Докажите, что наименьшее общее кратное натуральных чисел, не превосходящих n , не превосходит $N^{p(n)}$, где $p(n)$ — количество простых чисел, не превосходящих n .

ШКОЛА «АВАНГАРД» — ШКОЛА ДЛЯ ВСЕХ

Как подготовиться в вуз, в физико-математическую школу или лицей, если ограничен в средствах или живешь в небольшом городке или деревне? Конечно же, поступить во Всероссийскую школу математики и физики (ВШМФ) «АВАНГАРД». Эта школа, учрежденная Министерством общего и профессионального образования РФ и существующая уже почти 10 лет, имеет большой практический опыт ЗАОЧНОГО обучения школьников:

по физике — с 9 по 11 класс (включая двухлетний углубленный курс);

по математике — с 7 по 11 класс.

В этом учебном году школа открывает 8 класс по физике, а для учащихся 10 и 11 классов проводит набор на курс «Математика для будущих экономистов».

В школе «АВАНГАРД», в зависимости от знаний, Вы можете выбрать программу обучения, доступную Вам. Всего программ три: «А», «В» и «С». Освоил программу «А» — открыта дорога в большинство областных вузов, а прошел полный курс по программе «С» — и можешь смело идти в МИФИ, МГТУ и т.п. Плата за обучение — самая доступная. Существует возможность занятий сразу по двум программам «А»+«В» или «В»+«С».

За последние пять лет 90% наших выпускников поступили в вузы! И это закономерно, так как методики и задачи разработаны лучшими преподавателями МИФИ и МФТИ.

Учебный год в школе — с 1 сентября по 30 июня. Прием в школу ведется круглогодично. Достаточно прислать личное заявление на адрес школы и оплатить обучение. Стоимость обучения зависит не от сложности программы («А», «В» и «С»), а только от класса и не превышает 2–3 минимальных месячных зарплат за полный годичный курс обучения по данному предмету.

Школа «АВАНГАРД» совместно с Министерством общего и профессионального образования РФ и при участии журнала «Квант» ежегодно проводит:

— межобластную олимпиаду по математике и физике (заочный тур; результаты олимпиады 1996 года см. в «Кванте» №4);

— межгосударственную конференцию одаренных школьников и очный тур олимпиады.

Ниже приводятся тестовые вступительные задания по математике и физике по программе «С».

Вам нужно:

— выбрать предмет, класс, программу и написать заявление о приеме в школу (в произвольной форме);

— решить выбранный вариант задания (не обязательно весь!);

— выслать нам заявление и решенный вариант (с пометкой «Квант»), а получив наш ответ, заполнить учетную карточку и прислать ее нам вместе с копией чека об оплате.

На курс «Математика для будущих экономистов» принимаются:

— учащиеся 10 и 11 классов школы «АВАНГАРД» из числа занимающихся по математике по программам «В» или «С» (или «В»+«С»);

— все желающие, успешно решившие вступительные задания для 10 и 11 классов.

Наш адрес:

115551 Москва, Ореховый бульвар, д.11, кор.3, ВШМФ «АВАНГАРД».

Тестовое вступительное задание по математике

Программа «С»

7 класс

1. Вычислите

$$4,07 - 5,49 + 8,93 - 1,51 + \frac{4,2:6 - 3\frac{1}{3} \cdot 0,3}{7,5:0,5}.$$

2. Докажите, что число 123456789 является составным.

3. Запишите число 1000 с помощью восьми одинаковых цифр и знаков арифметических действий.

4. Число содержит 4 сотни, b десятков и c единиц. При каких значениях b и c данное число кратно 30?

5. Три класса школьников сажали деревья. Первый класс посадил a деревьев, второй — 70% того, что посадил первый, а третий класс — на 5 деревьев больше второго. Сколько деревьев посадили три класса?

8 класс

1. Упростите выражение

$$(x+1)(x+2) + (x+3)(x+4)$$