

MN , пересекает прямую NK в точке E . Докажите, что прямая DE содержит среднюю линию треугольника ABC .

М. Сонкин

8. См. задачу M1612 из «Задачника «Кванта»».

10 КЛАСС

1. Решите в целых числах уравнение

$$(x^2 - y^2)^2 = 1 + 16y.$$

М. Сонкин

2. Квадрат $n \times n$ ($n \geq 3$) склеен в цилиндр. Часть клеток покрашена в черный цвет. Докажите, что найдутся две параллельных линии (две горизонтали, две вертикали или две диагонали), содержащие одинаковое количество черных клеток.

Е. Порошенко

3. См. задачу M1611 из «Задачника «Кванта»».

4. Многоугольник можно разбить на 100 прямоугольников, но нельзя — на 99. Докажите, что его нельзя разбить на 100 треугольников.

А. Шаповалов

5. Существуют ли два квадратных трехчлена $ax^2 + bx + c$ и $(a+1)x^2 + (b+1)x + (c+1)$ с целыми коэффициентами, каждый из которых имеет по два целых корня?

Н. Агаханов

6. Окружность с центром O , вписанная в треугольник ABC , касается сторон AC , AB и BC в точках K , M и N соответственно. Медиана BB_1 треугольника пересекает MN в точке D . Докажите, что точка O лежит на прямой DK .

М. Сонкин

7. Найдите все тройки натуральных чисел m , n и l такие, что $m + n = (\text{НОД}(m, n))^2$, $m + l = (\text{НОД}(m, l))^2$, $n + l = (\text{НОД}(n, l))^2$.

С. Токарев

8. См. задачу M1613 из «Задачника «Кванта»».

11 КЛАСС

1. См. задачу 1 для 10 класса.

2. См. задачу M1610 (б) из «Задачника «Кванта»».

3. См. задачу 3 для 10 класса.

4. Куб $n \times n \times n$ сложен из единичных кубиков. Дана замкнутая несамопересекающаяся ломаная, каждое звено которой соединяет центры двух соседних (имеющих общую грань) кубиков. Назовем отмеченными грани кубиков, пересекаемые данной ломаной. Докажите, что ребра кубиков можно покрасить в два цвета так, чтобы каждая отмеченная грань имела нечетное число, а всякая неотмеченная грань — четное число сторон каждого цвета.

М. Смуров

5. Рассматриваются всевозможные квадратные трехчлены вида $x^2 + px + q$, где p, q — целые, $1 \leq p \leq 1997$, $1 \leq q \leq 1997$. Каких трехчленов среди них больше: имеющих целые корни или не имеющих действительных корней?

М. Евдокимов

6. Даны многоугольник, прямая l и точка P на прямой l в общем положении (т.е. все прямые, содержащие стороны многоугольника, пересекают l в различных точках, отличных от P). Отметим те вершины многоугольника, для каждой из которых продолжения выходящих из нее сторон многоугольника пересекают l по разные стороны от точки P . Докажите, что точка P лежит внутри многоугольника тогда и только тогда, когда по каждую сторону от l отмечено нечетное число вершин.

О. Мусин

7. Сфера, вписанная в тетраэдр, касается одной из его граней в точке пересечения биссектрис, другой — в точке пересечения высот, третьей — в точке пересечения медиан. Докажите, что тетраэдр правильный.

Н. Агаханов

8. См. задачу M1615 из «Задачника «Кванта»».

*Публикацию подготовил
Н. Агаханов*

Призеры XIII Всероссийской математической олимпиады школьников

Дипломы I степени

по 9 классам получили

Поярков Алексей — Рыбинск, гимназия, 8 кл.;

по 10 классам —

Дуров Николай — Санкт-Петербург, ФМЛ 239,

Дильман Степан — Челябинск, лицей 31,

Черепанов Евгений — Рыбинск, с.ш. 17;

по 11 классам —

Уздин Сергей — Санкт-Петербург, ФМЛ 239.

Дипломы II степени

по 9 классам получили

Волж Денис — Москва, с.ш. 57,

Фарутин Владимир — Санкт-Петербург, с.ш. 610,

Дремов Владимир — Волгоград, с.ш. 24, 8 кл.,

Жилыев Владимир — Москва, с.ш. 1543,

Петров Федор — Санкт-Петербург, ФМЛ 239,

Евсеев Антон — Москва, с.ш. 1260,

Мазин Михаил — Москва, с.ш. 2,

Галкин Сергей — Москва, с.ш. 2,

Горшков Алексей — Москва, с.ш. 1543,

Тихомиров Сергей — Санкт-Петербург, ФМЛ 239,

Асомчик Александр — Новгород, с.ш. 117,

Певзнер Игорь — Киров, ФМЛ 35,

Хинцицкий Иван — Калуга, с.ш. 24;

по 10 классам —

Анно Ирина — Москва, с.ш. 57,

Беленький Алексей — Санкт-Петербург, ФМЛ 239,

Розенберг Антон — Санкт-Петербург, ФМЛ 239,

Бахарев Федор — Санкт-Петербург, ФМЛ 239,

Сопкина Екатерина — Санкт-Петербург, ФМЛ 239,

Плахов Андрей — Волгоград, с.ш. 19/20;

по 11 классам —

Митрофанов Михаил — Санкт-Петербург, ФМЛ 239,

Лепинский Михаил — Челябинск, лицей 31,

Мищенко Андрей — Москва, СУНЦ МГУ,

Самойлов Борис — Ростов-на-Дону, с.ш. 33,

Клецын Виктор — Москва, с.ш. 57,

Шаповалов Данил — Иваново, с.ш. 33,