

было оправдано пренебрежение собственным магнитным полем рамки). Если контур, образованный вольтметром с подводными проводами и участком 1 — 2 рамки, не охватывает соленоид, то величина ЭДС индукции в контуре равна нулю. В этом случае показания вольтметра определяются лишь падением напряжения на куске провода 1 — 2:

$$U_1 = I r_{12} = \frac{\alpha \pi R^2}{4\sqrt{3}}.$$

Если же контур, содержащий вольтметр с проводами и участок 1 — 2, охватывает соленоид, то в этом контуре действует ЭДС индукции и показания вольтметра можно найти с помощью закона Ома для полной цепи:

$$U_2 = \mathcal{E} - I r_{12} = \alpha \pi R^2 \left(1 - \frac{1}{4\sqrt{3}}\right).$$

Очевидно, что при расчете в первом случае можно было рассматривать и другой контур — образованный вольтметром и остальной частью квадрата (за исключением участка 1 — 2). Этот контур охватывает соленоид, и расчет получается похожим на второй случай. Ответ же, разумеется, не зависит от способа расчета и составляет опять U_1 .

Подключение вольтметра между точкой 1 и ближайшим к ней углом квадрата — точкой 3 — рассчитывается аналогично. В том случае, например, когда этот маленький контур не охватывает соленоид, вольтметр покажет

$$U_3 = I r_{13} = \frac{\alpha \pi R^2 (\sqrt{3} - 1)}{8\sqrt{3}}.$$

Важно понимать, что *напряжение* между точками 1 и 2 (именно его показывает вольтметр в нашем случае) не равно *разности потенциалов* между этими точками. Покажем, как вычислить разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, и сравним ее с напряжением. Запишем закон Ома для участка 1 — 2:

$$I r_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12},$$

где \mathcal{E}_{12} — электродвижущая сила на участке 1 — 2. Две особенности задачи облегчают нахождение \mathcal{E}_{12} . Во-первых, из-за малости магнитного поля вне соленоида ЭДС на прямом участке 1 — 2 и на дуге 1 — a — 2 одна и та же: $\mathcal{E}_{12} = \mathcal{E}_{1a2}$. Возможно, это легче понять из рассмотрения замкнутого контура 1 — a — 2 — 1, ЭДС на котором равна нулю, ибо этот контур охватывает нулевой магнитный поток. Во-вторых, вихревое поле вне соленоида (и внутри тоже) обладает осевой симметрией, поэтому

$$\mathcal{E}_{1a2} = \frac{\alpha \pi R^2}{6}.$$

В итоге находим разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\alpha \pi R^2}{4\sqrt{3}} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{3}}\right) \approx -0,02 \alpha \pi R^2.$$

Видно, что разность потенциалов действительно совсем не равна напряжению. Отличия были бы еще сильнее, если бы мы рассмотрели точки, лежащие в вершинах квадрата, — разность потенциалов между ними в точности равна нулю.

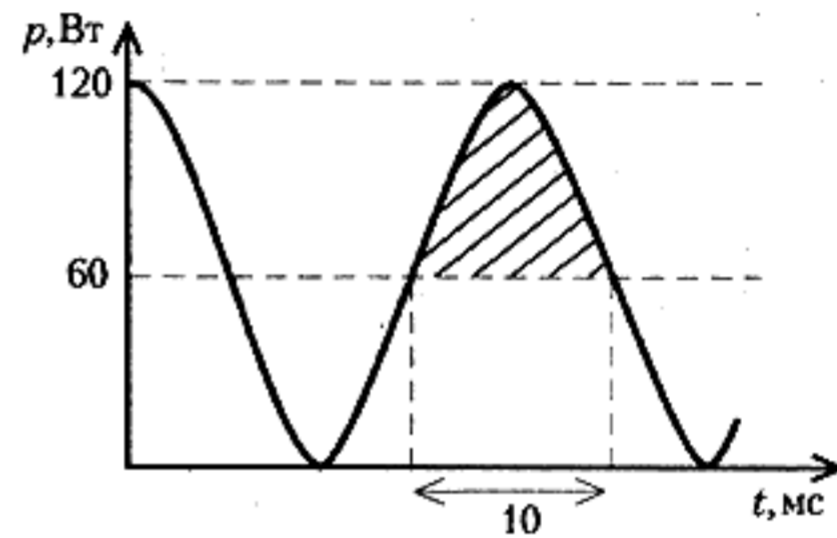
М.Бакунов, С.Бирагов

Ф1607. Нить накала осветительной лампочки мощностью 60 Вт сделана из вольфрама. Оцените, при какой массе нити накала минимальная температура отличается от средней не более чем на 100 К.

Температура нити накала лампочки больше 2000 К, поэтому для грубой оценки можно считать сопротивление нити при изменении температуры на 100 К постоянным. Предположим, что лампочка излучает постоянную мощность 60 Вт, а изменение температуры связано с тем, что мощность сети половину периода больше этой величины, а половину — меньше. Запишем выражение для мгновенной мощности:

$$p = \frac{U_0^2}{R} \cos^2 \omega t = \frac{U_0^2}{2R} (1 + \cos 2\omega t).$$

На графике (см. рисунок) заштрихована область «лишней» мощности — площадь ее равна «лишней» энергии, поступившей в лампочку за половину периода



сети, т.е. за 0,01 с. Найти эту площадь можно, подсчитав соответствующий интеграл, но — учитывая грубость оценки — можно и просто ее оценить:

$$W \approx 0,6 \cdot 60 \cdot 0,01 \text{ Дж} \approx 0,4 \text{ Дж}.$$

Приняв величину удельной теплоемкости для вольфрама равной $c = 150 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, для массы m нити получим

$$m = \frac{W}{c \Delta T} = 0,03 \text{ г}.$$

Мы не учитывали возрастание излучаемой мощности с ростом температуры (закон Стефана — Больцмана, утверждающий пропорциональность излучаемой мощности четвертой степени абсолютной температуры, дает существенное увеличение этой мощности в сравнении со средней — больше 10%, однако для грубой оценки это не очень важно), поэтому на самом деле «лишняя» энергия будет меньше вычисленной нами и масса нити накаливания получится тоже поменьше.

А.Светлов