

включении зеленого света автомобили начинают двигаться не одновременно.

*Р. Сеннов*

**Ф1609.** На горизонтальной шероховатой поверхности находятся две одинаковые длинные тонкостенные трубы, оси которых параллельны. Одна труба покоится, а вторая катится по направлению к ней без проскальзывания со скоростью  $v$ . Происходит абсолютно упругий удар (трением труб друг о друга при ударе можно пренебречь). Коэффициент трения скольжения между трубами и поверхностью равен  $\mu$ . На каком максимальном расстоянии друг от друга могут оказаться трубы после удара?

*С. Варламов*

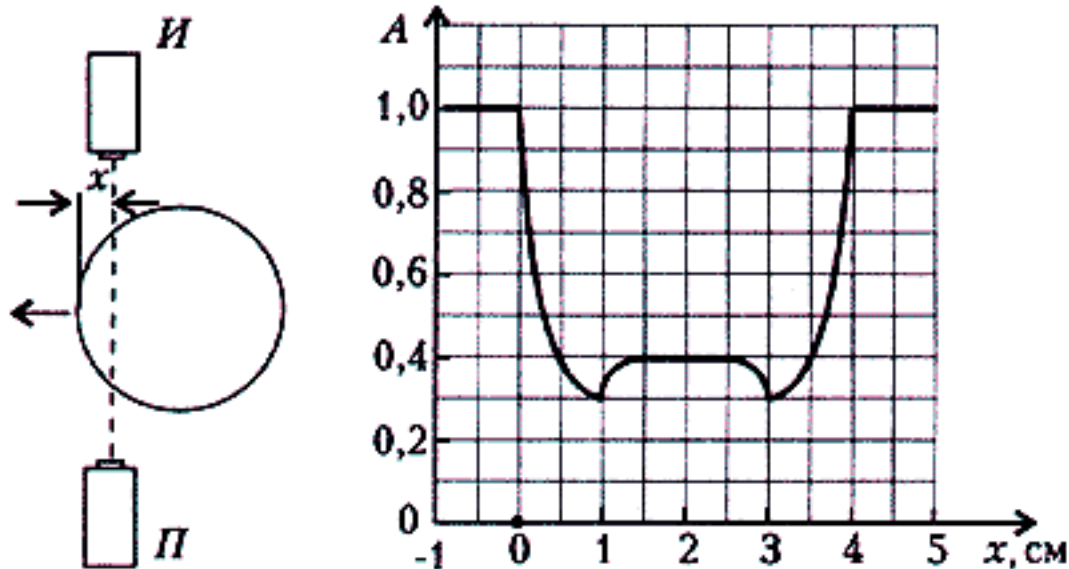
**Ф1610.** Зависимость приведенной температуры  $T/T_0$  гелия от приведенного давления  $p/p_0$  имеет вид окружности, центр которой находится в точке  $(1; 1)$ , причем минимальная приведенная температура гелия в этом процессе равна  $\tau_m$ . Найдите отношение минимальной и максимальной концентраций атомов гелия при таком процессе.

*В. Погожев*

**Ф1611.** Тонкое проволочное кольцо радиусом  $R$ , заряженное зарядом  $Q$ , и металлическая сфера меньшего радиуса  $r$  размещены так, что их центры совпадают. Сфера заземлена очень тонким длинным проводником. Найдите потенциал точки, находящейся на оси кольца на расстоянии  $x$  от его плоскости.

*В. Погожев*

**Ф1612.** Рентгеновский аппарат состоит из точечных источника  $I$  и приемника  $\Pi$ , жестко закрепленных на



станции. Между источником и приемником перемещают цилиндрический толстостенный баллон (см. рисунок). При этом интенсивность рентгеновского излучения, регистрируемая приемником, зависит от координаты  $x$  так, как показано на графике. Есть ли внутри баллона содержимое, поглощающее рентгеновские лучи?

*А. Андрианов*

### Решения задач M1576 — M1585, Ф1593 — Ф1597

**M1576.** а) Можно ли нарисовать на плоскости четыре красных и четыре черных точки так, чтобы для любой тройки точек одного цвета нашлась точка другого цвета такая, что эти четыре точки являются вершинами параллелограмма?

б) Можно ли 8 вершин куба разбить на две четверки так, чтобы в каждой плоскости, проходящей через любые три точки одной четверки, находилась точка из другой четверки?

Ответ на оба вопроса а), б) утвердительный. Пример для а) — это проекция на плоскость примера для б)

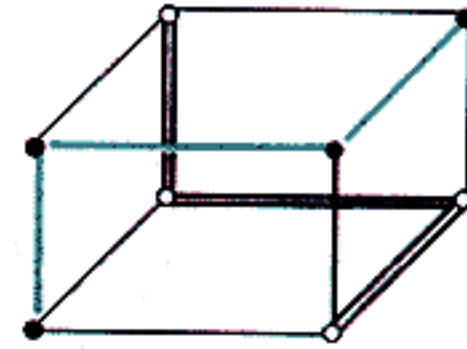


Рис.1

(рис.1): каждая из двух четверок — вершины трехзвенной ломаной, состоящей из трех попарно перпендикулярных ребер куба.

*Замечание.* Конструкцию задачи б) можно обобщить: на такие же четверки можно разбить восемь вершин

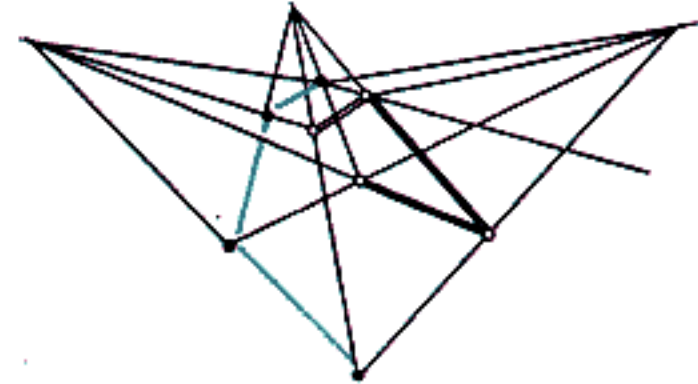


Рис.2

многогранника, шесть граней которого — четырехугольники, и каждая из трех четверок ребер, не имеющих общих вершин, параллельна или лежит на прямой, пересекающихся в одной точке («проективный куб», рис.2). Это обобщение тесно связано с описанием следующей пространственной конфигурации: назовем два тетраэдра *двойственными*, если вершины каждого из них лежат в плоскостях граней другого. Подумайте, сколько существует тетраэдров, двойственных к данному.

*Н. Васильев, И. Шарыгин*

**M1577.** В треугольнике отношение синуса одного угла к косинусу другого равно тангенсу третьего. Докажите, что высота, проведенная из вершины первого угла, медиана, проведенная из вершины второго, и биссектриса третьего угла пересекаются в одной точке.

Пусть  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  — углы треугольника  $ABC$ , в котором  $AN$  — высота,  $BK$  — медиана,  $CL$  — биссектриса. Из условия

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \beta} = \operatorname{tg} \gamma \quad (1)$$

следует, что углы  $ABC$  и  $ACB$  острые, поскольку  $\sin \alpha > 0$  и в треугольнике не может быть двух тупых углов. Следовательно, основание  $N$  высоты  $AN$  — внутренняя точка отрезка  $BC$ .

Найдем отношения, в которых делят высоту  $NA$  (считая от основания) два других отрезка. Высота  $NA$  параллелограмма  $ABCD$  делится его диагональю  $BD$  в