

понятием не с его определения, а с рассмотрения конкретных примеров. Позднее, после приобретения определенного опыта, можно вернуться к определению.

Геометрия — язык природы

Было бы неверно сводить термин «фрактал» к наименованию лишь разновидности математических монстров, которые представляют интерес, пожалуй, только для узкого круга математиков. Б.Мандельброт в книге «Фрактальная геометрия природы» проводит любопытную мысль: евклидова геометрия, которая изучается в школе, сама по себе плохо предназначена для описания форм природных объектов.

В самом деле, нельзя не согласиться с тем, что не так уж много объектов природного происхождения имеют простые формы многоугольника или многогранника, круга или шара, цилиндра или конуса. В силу более-менее понятных причин «повезло» шару (например, форма планет, звезд, ягод и многого другого). Форма конуса имеется у действующих вулканов. Многогранные формы встречаются, пожалуй, только у кристаллов. Если же говорить об объектах искусственного происхождения (здания, мебель, утварь, посуда...), то они, наоборот, как правило, имеют простые геометрические формы — прямоугольник и параллелепипед, круг и шар и т.п., или их несложные композиции, — т.е. те самые формы, которые изучаются в элементарной геометрии.

Мандельброт отмечает, что некоторые из природных форм обладают геометрическим свойством, которое присуще и упомянутым ранее математическим монстрам. Это так называемое свойство *самоподобия* состоит в том, что структура, которую имеет объект на «макроуровне», повторяется в нем и на «микроуровне». Подобный эффект можно наблюдать, если рассматривать кочан цветной капусты «издали» и «вблизи» (рис.2). Мы видим, что один и тот же характер поверхности повторяется на двух различных уровнях рассмотрения. На рисунке 3 представлена имитация береговой линии, сделанная компьютером. Она очень похожа на фотографию морского побережья, сделанную как бы с высоты околоземной орбиты, затем с высоты полета само-

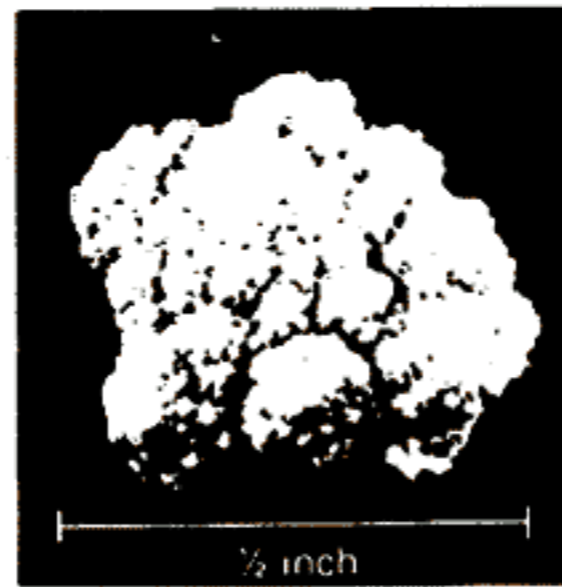
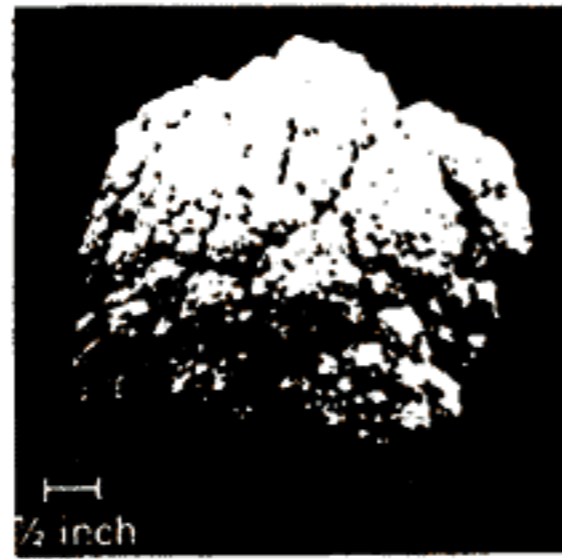


Рис. 2

лета, с высоты птичьего полета... Мы видим как бы различные порции ландшафта в разных масштабах. Но каждый раз бросается в глаза схожесть очертаний на всех этих картинках: Такого рода самоподобие встречается у многих природных форм. Это несколько неожиданно, однако самоподобие может возникать там, где его совершенно не ждут, в чем мы убедимся на примере игры «Хаос».

Случайность оборачивается ... порядком

Игра под названием «Хаос» имеет много вариантов. Рассмотрим один из них. Возьмем на плоскости треугольник A_0, A_1, A_2 и «монету» с тремя «сторонами» для случайного выбрасывания одного из трех чисел 0, 1 или 2. Таким датчиком случайных чисел может служить «кость» — кубик с числами 1, 2, ..., 6 на гранях. Тогда остаток выпавшего числа по модулю 3 будет равен 0, 1 или 2.

Итак, начинаем игру. Отметим совершенно произвольную начальную точку x_0 .

Шаг 1-й. Бросим кость; предположим, выпало число с остатком 0. Соединим тогда точку x_0 с вершиной A_0 треугольника $A_0A_1A_2$ отрезком. Отметим середину отрезка $[x_0, A_0]$ — точку x_1 (рис.4).

Шаг 2-й. Бросим опять кость; допустим, выпало 2. Отметим середину отрезка $[x_1, A_2]$ и обозначим ее через x_2 . Нетрудно догадаться, какой шаг будет следующим.

Шаг n-й. Пусть уже имеется точка x_{n-1} и при n-м бросании кости выпадает число α_n , где $\alpha_n = 0, 1$ или 2. Тогда соединим точку x_{n-1} с вершиной A_{α_n} , и n-я точка x_n нашей последовательности, по определению, есть середина отрезка $[x_{n-1}, A_{\alpha_n}]$.

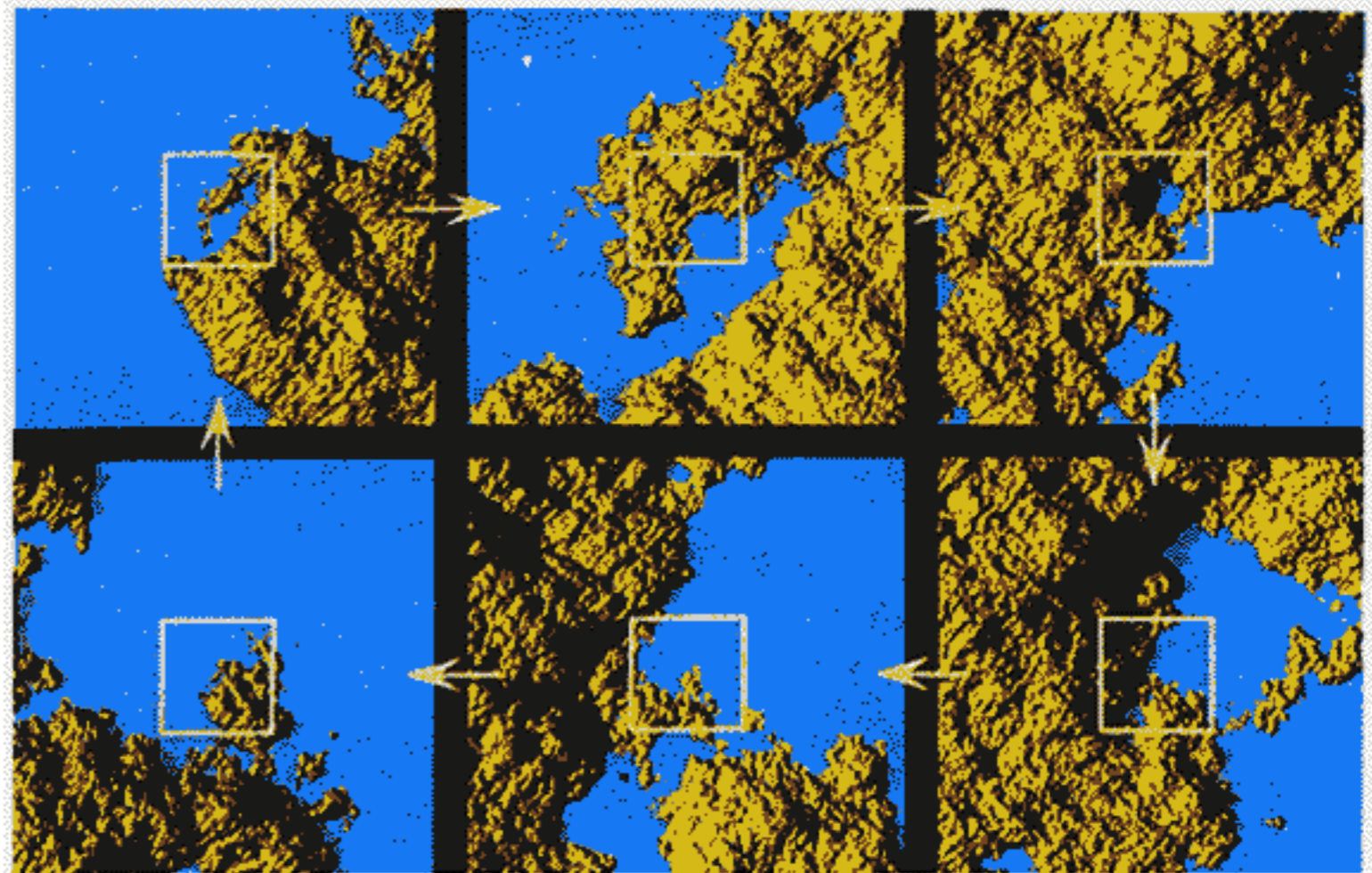


Рис. 3