

3. Две одинаковые большие металлические плоскопараллельные пластины, сложенные вместе, находятся в перпендикулярном их поверхности однородном электрическом поле напряженностью \vec{E} . Какая сила будет действовать на каждую из пластин, если их слегка развести, сохраняя перпендикулярность полю? Площадь каждой пластины S .

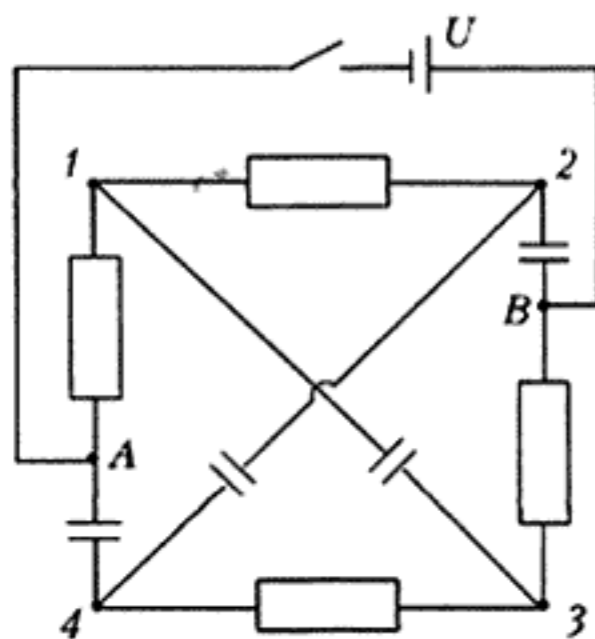
4. Оцените, при каком внешнем давлении пуля не вылетит из ствола ружья после выстрела.

5. Бутылку заполнили водой наполовину. Плотно закрыв горлышко пальцем, ее перевернули, опустили в тарелку с водой так, чтобы горлышко бутылки оказалось под уровнем воды в тарелке, и палец убрали. Объясните, почему вода удерживается в бутылке.

Вариант 2

1. Пучок параллельных световых лучей падает по нормали на плоскую грань стеклянной призмы с показателем преломления n и выходит из призмы под углом θ к первоначальному направлению падения. Угол α при вершине призмы так мал, что $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$. Найдите этот малый угол.

2. Какой заряд пройдет через источник питания с постоянным напряжением U после его подключения к точкам A и B электрической цепи, изображенной на рисунке? Емкость каждого конденсатора равна C .



3. Колесо радиусом R катится по дороге без проскальзывания с ускорением a . В некоторый момент времени прилипший к ободу комочек грязи массой m находится в передней точке колеса. Найдите равнодействующую сил, действующих на этот комочек, если скорость оси колеса в этот момент равна v .

4. Вы надежно закрыли отверстие велосипедного насоса и изо всех сил быстро сжали в нем воздух. Оцените максимальную температуру воздуха в насосе, которую можно получить в этом случае.

5. В плоскую кювету с жидкостью опускают пробирку, в которой находится металлическое колечко. При освещении системы в ее изображении на экране колечка в пробирке практически не видно. В пробирку наливают ту же жидкость, что была в кювете. При этом на экране появляется отчетливое изображение колечка. Объясните явление.

Публикацию подготовили
А.Большот, Г.Меледин, Г.Шустов

Санкт-Петербургский государственный университет

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(факультеты математико-механический и прикладной математики — процессов управления, дневное отделение)

1. Нарисуйте график функции

$$y = \log_4(x^2 - 4x + 5 - |2x - 4|).$$

2. Решите уравнение

$$\frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2}} = \frac{x - 3\sqrt{x-2} + 2}{9}.$$

3. Решите уравнение

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} = 3 \sin x - \operatorname{tg} x.$$

4. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AN и CK . Известно, что площади треугольников AKC и ANC равны. Докажите, что $AB = BC$.

5. Стенки сосуда образованы точками параболы $y = 2x^2$ при ее вращении вокруг ее оси симметрии. В вертикально стоящий сосуд бросили шар объемом $0,1$. Коснется ли шар дна сосуда?

Вариант 2

(экономический факультет (математические методы в экономике), дневное отделение)

1. Изобразите на координатной плоскости множество всех точек, координаты которых удовлетворяют уравнению

$$\frac{x^2 - 1}{x + y} = \left| 1 - \frac{x}{y} \right|.$$

2. Решите неравенство

$$\sqrt{3x^2 + 5x - 2} \leq 2 + x.$$

3. Решите уравнение

$$\log_{5+\frac{x}{2}} \sin x = \log_{9+8x-x^2} \sin x.$$

4. Вершина O равностороннего треугольника ABO лежит внутри треугольника ABC . Найдите OC , если известно, что $AB = 1$, а площади треугольников AOC и BCO равны, соответственно, 3 и 5.

5. В основании треугольной пирамиды лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, и все боковые грани наклонены к плоскости основания под одинаковыми углами. Радиус сферы, описанной вокруг данной пирамиды, равен 7. Найдите высоту пирамиды.

Вариант 3

(факультеты психологический и экономический, вечернее отделение)

1. Арифметическая прогрессия состоит из четырех различных чисел. Известно, что если заменить в ней третье число на единицу, то получится арифметическая прогрессия. Найдите исходную прогрессию.

2. Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 + x + 3} = 2x^2 + x - 3.$$

3. Решите уравнение

$$\frac{\cos 4x + 0,5}{\cos x} = \sin x + \cos x.$$

4. Постройте график функции

$$y = \frac{1 + \log_2(x^2 + x)}{1 + \log_{2x}(x + 1)}.$$

5. Страна основания правильной четырехугольной пирамиды равна a , а боковые грани наклонены к основанию под углом α . Внутри пирамиды помещены два одинаковых касающихся друг друга шара радиуса R , каждый из которых касается также основания и двух боковых граней данной пирамиды (шары касаются разных граней). Выразите R через a и α .

Публикацию подготовили
Н.Нецветаев, А.Орлов, Ю.Чурин

Государственная академия нефти и газа им.И.М.Губкина

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Упростите выражение и вычислите при $x = 2$, $y = 0,134$

$$\left(\frac{2\sqrt{5}xy}{x^2y^2 - 5} + \frac{xy - \sqrt{5}}{2xy + 2\sqrt{5}} \right)$$

$$\frac{2xy}{xy + \sqrt{5}} - \frac{xy}{xy - \sqrt{5}} + 4,1.$$