

# Варианты вступительных экзаменов 1996 года

Новосибирский  
государственный  
университет

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(факультеты механико-математический и экономический)

1. Купил Роман раков, вчера — мелких, по цене 510 рублей за штуку, а сегодня — по 990, но очень крупных. Всего на раков он истратил 25 200 рублей, из них переплаты из-за отсутствия сдачи в сумме составили от 160 до 200 рублей. Сколько раков купил Роман вчера и сколько сегодня?

2. Решите уравнение

$$2\sqrt{3} \cos \frac{x}{2} = \sqrt{1+8\sin x}.$$

3. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  вписанная окружность касается боковой стороны  $BC$  в точке  $Q$ , а отрезок  $AQ$  пересекает вписанную окружность в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если известно, что  $AC = 12$ ,  $PQ = 5$ .

4. Найдите все решения неравенства

$$(4 - x^{\log_2 x}) \left( \log_2 \frac{3x+3}{16} + \log_{3x+3} 16 \right) \geq 0$$

и укажите наименьшее из них.

5. В пирамиде  $ABCD$  ребро  $BD$  перпендикулярно ребрам  $AB$  и  $DC$ . Найдите угол между ребрами  $AB$  и  $DC$ , если известно, что  $BD : DC : PQ : AB = 3 : 4 : 5 : 6$ , где  $P$  и  $Q$  — середины ребер  $DC$  и  $AB$  соответственно.

Вариант 2

(факультет естественных наук)

1. У Фрола было не менее 6 кусков мыла, а у Прокла — не более 30 штук шил. Столкнувшись они считать каждое шило за 8 700 рублей, а кусок мыла — за 4 500, да и поменялись. Прокл отдал Фролу все свои шила и забрал у него все мыло. Определите, сколько мыла выменял Прокл, если известно, что Фрол доплатил Проклу 3 350 рублей и остался ему должен не более 500 рублей.

2. Решите уравнение

$$\sqrt{\sqrt{2} \sin x - (\sqrt{6} + 2) \cos x} = 2 \sin \frac{x}{2}.$$

3. Равнобедренная трапеция  $ABCD$  с периметром 12 описана около окружности с центром  $O$ . Найдите площадь трапеции, если известно, что  $AO = 2$ .

4. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{(2x-2)(x^2-7x+12)}}{x-4} \geq 2x-6.$$

5. В основании пирамиды с вершиной  $S$  лежит ромб  $ABCD$  с диагональю  $BD = 6$  и сторонами, равными 5. Перпендикуляр, опущенный из вершины  $S$  на основание, пересекает диагональ  $AC$  в точке  $H$ , причем  $CH : AH = 1 : 7$ . Найдите объем пирамиды, если известно, что существует сфера, касающаяся ребер основания, а отрезок  $SH$  касается этой сферы в точке  $S$ .

Вариант 3

(физический факультет)

1. Посадил Буратино 1 сольюдо на поле Чудес, и выросло из него волшебное дерево, а на нем монеты созрели. Стал Буратино трясти дерево и за три попытки все монеты стряхнул. Во второй попытке упало на 80 монет меньше, чем в первой, но на 16 больше, чем в третьей. Какой урожай дало дерево, если известно, что числа, обратные к количеству монет, упавших в каждой попытке, составляют арифметическую прогрессию?

2. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Известно, что  $AB = 7$ ,  $AC = 5$ ,  $BC < 5$ ,  $\angle ADC = 135^\circ$ . Найдите величину угла  $ADB$ .

3. Найдите все такие числа  $a$  и  $b$ , что парабола  $y = ax^2 + bx + 2$  касается прямых  $y = 3x - 6$  и  $y = -3x$ .

4. Решите неравенство

$$\log_x \left( \frac{6}{\sqrt{x}} - 7\sqrt{x} \right) + \log_{6-7x} \left( \frac{6}{\sqrt{x}} - 7\sqrt{x} \right) \geq 0$$

5. Основания усеченной пирамиды параллельны между собой и являются правильными треугольниками. Меньшее из оснований лежит в диаметральной плоскости сферы, касающейся другого основания и продолжений всех остальных граней пирамиды. Боковые

ребра пирамиды образуют с плоскостями оснований один и тот же угол, равный  $60^\circ$ . Найдите отношение периметров оснований.

ФИЗИКА

Письменный экзамен

Физический факультет

Каждый вариант состоял из пяти задач трех типов.

Первые три задачи — расчетные, различной трудности: от почти стандартных до сравнительно сложных, требующих смекалки, глубоких знаний, умения разобраться в непривычной или усложненной физической ситуации.

Четвертая задача — это задача-оценка. Для ее решения надо понять рассматриваемое физическое явление, сформулировать простую (так как нужна только оценка) физическую модель этого явления, выбрать разумные числовые значения физических величин и, наконец, получить численный результат, более или менее соответствующий реальности. В тексте задачи подчеркивалось, что абитуриент может сам выбрать необходимые для решения задачи величины и их числовые значения.

Пятая задача — это задача-демонстрация, в которой надо объяснить физическое явление, демонстрируемое в аудитории. Здесь важно понять сущность явления и среди различных факторов выделить главный.

Вариант 1

1. В цилиндре, закрытом поршнем, находится газ объемом  $V_0$ . Сдвинув поршень, объем газа уменьшили на величину  $\Delta V$ . При этом давление оказалось в  $n$  раз больше, чем в случае, когда начальный объем увеличили на  $\Delta V$ . Температура поддерживается постоянной. Найдите  $\Delta V$ .

2. К одному концу нити, перекинутой через неподвижный блок, присоединен груз массой  $m$ , а к другому концу через пружину присоединен груз массой  $M$ . Груз массой  $M$  лежит на горизонтальном полу, а груз массой  $m$  поддерживают так, что пружина не растянута. В некоторый момент груз массой  $m$  отпускают. При каком минимальном значении  $m$  груз массой  $M$  оторвется от пола?