

ны, а висящие на них грузы касаются боковых поверхностей кубов. Массы кубов M и $2M$, каждый из грузов имеет массу m . Систему отпускают. Найдите скорость большого куба в тот момент, когда касающийся его груз ударится о стол. Начальная высота грузов относительно горизонтальной поверхности стола H .

Пусть V — скорость куба массой $2M$, движущегося вправо. Тогда скорость v куба массой M , движущегося навстречу первому (в горизонтальном движении принимают участие и грузы), найдем из закона сохранения импульса (обозначив $m/M = \gamma$):

$$(2M + m)V = (M + m)v,$$

$$v = V \frac{2M + m}{M + m} = V \frac{2 + \gamma}{1 + \gamma}.$$

Горизонтальный участок нити укорачивается со скоростью $V + v$, грузы по вертикали имеют одинаковые ускорения (на грузы действуют одинаковые силы), значит, скорости их одинаковы и стола они достигнут одновременно. Запишем теперь закон сохранения энергии:

$$\frac{(2M + m)V^2}{2} + \frac{m((V + v)/2)^2}{2} + \frac{(M + m)v^2}{2} + \frac{m((V + v)/2)^2}{2} = 2mgH,$$

подставим сюда вычисленное раньше значение v и после долгих и нудных вычислений получим

$$V = \sqrt{\frac{8gH\gamma(1 + \gamma)^2}{(3 + 2\gamma)(4\gamma^2 + 9\gamma + 4)}},$$

где $\gamma = \frac{m}{M}$.

З.Рафаилов

Ф1586. В кубическом сосуде объемом $V = 1$ л находится некоторое количество гелия при температуре $T = 300$ К. Оцените давление газа, при котором число ударов молекул друг о друга за некоторый отрезок времени равно числу ударов молекул о стенки сосуда. Сильно усложнилась бы задача, если бы вместо гелия в сосуде был водяной пар?

Для оценки числа ударов молекул друг о друга запишем выражение для длины свободного пробега молекул — среднего расстояния, пробегаемого молекулой между последовательными соударениями, — выразив его через диаметр молекул d и их концентрацию n : $\lambda = 1/(\pi d^2 n)$. Время пролета этого расстояния со средней скоростью v равно λ/v , а за большой интервал времени τ молекула совершит $v\tau/\lambda$ ударов о другие молекулы. Если число молекул в сосуде N , то для нахождения полного числа ударов молекул друг о друга нужно умножить число ударов одной молекулы о другие на число молекул, деленное на два, — чтобы не учитывать удары дважды. Итак, полное число ударов молекул друг о друга за выбранный интервал времени составляет $0,5Nv\tau/\lambda = 0,5Nv\tau\pi d^2 n$.

Число ударов молекул о стенки сосуда можно найти обычным путем — это часть стандартного рассуждения

при расчете давления газа на стенку сосуда. Обозначив составляющую скорости молекул вдоль одной выбранной оси v_x и длину ребра стенки сосуда a , получим, что число ударов о все шесть стенок куба за большой интервал времени τ равно $6\tau v_x N/(2a)$.

Приравнявая полученные выражения для чисел ударов и учитывая, что значения составляющей скорости v_x можно грубо оценить по энергии молекулы: $v_x = v/\sqrt{3}$, а диаметр молекулы гелия $d = 2 \cdot 10^{-10}$ м (это значение мы взяли из справочника), получим выражение для концентрации молекул:

$$n = \frac{6}{\sqrt{3}\pi d^2 a} \approx 3 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}.$$

Такая концентрация соответствует величине давления в сосуде

$$p = nkT \approx 1,2 \text{ Па}.$$

Это очень маленькое давление. В обычных условиях число ударов молекул друг о друга во много раз превышает число ударов молекул о стенки сосуда.

Что изменилось бы в ответе, если бы вместо гелия в сосуде был водяной пар? Для получившихся в результате решения очень малых концентраций газа «в буквах» практически ничего не должно измениться, немного изменится численный ответ — большее значение диаметра молекулы воды (примерно $3 \cdot 10^{-10}$ м) уменьшит искомое давление примерно в 2 раза. При обычных давлениях число ударов молекул воды друг о друга может оказаться существенно больше, чем дает наш расчет, который не учитывает значительных сил притяжения между полярными молекулами водяного пара.

М.Учителев

Ф1587. В длинной горизонтальной гладкой пустой трубе находятся два поршня, которые могут скользить без трения вдоль трубы. Один из поршней имеет массу $M = 1$ кг, другой — в два раза тяжелее. В начальный момент между поршнями находится моль кислорода при температуре $T_0 = 300$ К, а тяжелый поршень движется со скоростью $v_0 = 1$ м/с по направлению к неподвижному в этот момент легкому поршню. Чему равна максимальная температура газа в этом процессе? Найдите также скорости поршней через большой отрезок времени. Теплоемкость стенок трубы и поршней считать малой, теплопроводностью пренебречь.

Температура газа увеличивается до тех пор, пока газ сжимается, т.е. до того момента, когда скорости поршней сравняются:

$$u_1 = u_2 = \frac{2Mv_0}{3M} = \frac{2}{3}v_0.$$

При этом внутренняя энергия газа возрастет на величину

$$\frac{2Mv_0^2}{2} - \frac{3M(2v_0/3)^2}{2} = \frac{Mv_0^2}{3},$$

так что для кислорода (учитывая, что это двухатомный