

сферический торец (точка  $c$  — центр кривизны сферического торца палочки). Если радиус кривизны сферического торца обозначить  $R$  и падающие на палочку световые пучки считать узкими, то все изображенные на рисунке углы следует считать малыми. Тогда из треугольников  $cbe$  и  $dbe$ , а также  $smk$  и  $cmk$  получим  $R\alpha = a_1\delta$  и  $R\gamma = a_2\beta$ . Из закона преломления следует, что  $\alpha + \delta = n\alpha$  и  $\gamma - \beta = \gamma/n$ , где  $n$  — показатель преломления стекла. Подставляя эти соотношения в предыдущие два уравнения, найдем искомый показатель преломления:  $n = a_2/a_1$ .

10. Падающий на линзу параллельный пучок после преломления собирается в точке пересечения фокальной плоскости линзы и побочной оптической оси, параллельной оси пучка. С точки зрения волновой теории, это означает, что все приходящие сюда световые лучи имеют одинаковую фазу, и поэтому здесь наблюдается интерференционный максимум. Из сказанного следует, что центральный максимум  $\Pi_m$  второго светового пучка будет располагаться на расстоянии  $F \tan \alpha$  от главной оптической оси линзы в ее фокальной плоскости (рис. 11). Для того чтобы в этой точке находился ближайший к центральному максимуму  $I_m$  первого пучка минимум, должно выполняться условие  $b \sin \alpha = \lambda$ , так как в

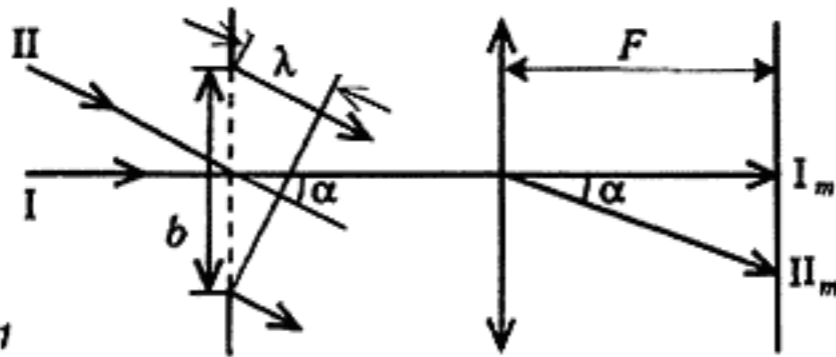


Рис. 11

этом случае одна половина щели будет «гасить» другую, поскольку разность хода для лучей, проходящих через точки щели, находящиеся на расстоянии  $b/2$  друг от друга, равна  $\lambda/2$ . Если считать, что искомый угол  $\alpha$  мал, то получим  $\alpha = \lambda/b = 5 \cdot 10^{-4}$  рад. Найденное значение, очевидно, оправдывает сделанное выше предположение.

Факультет вычислительной математики и кибернетики

1. Пусть  $T$  — натяжение нити,  $l$  — ее длина (рис. 12). Тогда  $mv^2/R = T \sin \alpha$ ,  $mg = T \cos \alpha$ ,  $R = l \sin \alpha$ ,  $E_k = \frac{mv^2}{2} = mgl \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$ . Отсюда

$$\frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \frac{\sin^2 \alpha_2 \cos \alpha_1}{\sin^2 \alpha_1 \cos \alpha_2} = \sqrt{6} = 2,45.$$

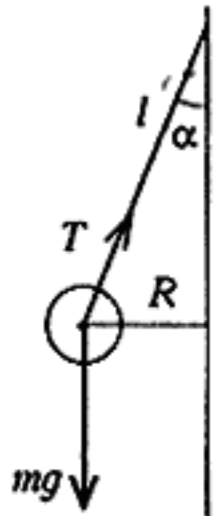


Рис. 12

2. В нижней точке траектории скорость шарика массой  $m_1$  равна  $v_0 = \sqrt{2gL}$ . При упругом ударе выполняются законы сохранения кинетической энергии:

$$\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

и импульса:

$$m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2.$$

Отсюда находим

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0.$$

Для первого шарика после удара  $m_1 v_1^2 / 2 = m_1 gh$ , откуда

$$h = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 L = 25 \text{ см.}$$

3. В верхней точке траектории скорость гранаты  $v = v_0 \cos \alpha$ . Пусть  $v_1$  и  $v_2$  — скорости осколков. Из законов сохранения импульса:

$$mv_0 \cos \alpha = \frac{m}{2} v_1 + \frac{m}{2} v_2$$

и энергии:

$$\frac{mv_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + E = \frac{m}{4} v_1^2 + \frac{m}{4} v_2^2$$

находим

$$|v_1 - v_2| = 2\sqrt{2E/m}.$$

Расстояние между точками падения осколков равно

$$l = |v_1 - v_2| t = 2\sqrt{\frac{2E}{m}} \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = 6 \text{ м.}$$

4. По закону Архимеда  $Mg_B = \rho g_B V_1$ , где  $g_B$  — ускорение свободного падения,  $\rho$  — плотность атмосферы Венеры,  $V_1 = 4/3 \pi r^3$  — объем тела. Из уравнения состояния идеального газа  $\rho = p_0 M / (RT)$ , где  $M = 44$  г/моль — молярная масса углекислого газа. Окончательно

$$M \leq \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{p_0 M}{RT} = 249 \text{ кг.}$$

5. Шарик находится в покое, если натяжение нити равно  $T = F_A - (m + m_t)g$ , где  $F_A = \rho V g$  и  $m_t = M p V / (RT)$ . Таким образом,

$$T = \rho V g - \left( m + \frac{M p V}{RT} \right) g = 0,014 \text{ Н.}$$

6. Поскольку средняя квадратичная скорость равна  $v = \sqrt{3kT/m_0}$ , она изменится в  $\alpha = \sqrt{T_2/T_1}$  раз, где  $T_2$  и  $T_1$  — конечная и начальная температуры газа. Согласно первому закону термодинамики,

$$Q = \Delta U + A = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + (Mg + p_0 S) \Delta H,$$

где  $\Delta H$  — перемещение поршня. Из уравнения состояния газа

$$(Mg + p_0 S) \Delta H = \nu R (T_2 - T_1).$$

Тогда окончательно

$$\alpha = \sqrt{1 + \frac{2Q}{5(Mg + p_0 S)h}} = 1,1.$$

7. Работа газа равна (рис. 13)

$$A_{12} = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) (V_2 - V_1),$$

$$A_{23} = \frac{1}{2} (p_2 + p_3) (V_3 - V_2).$$

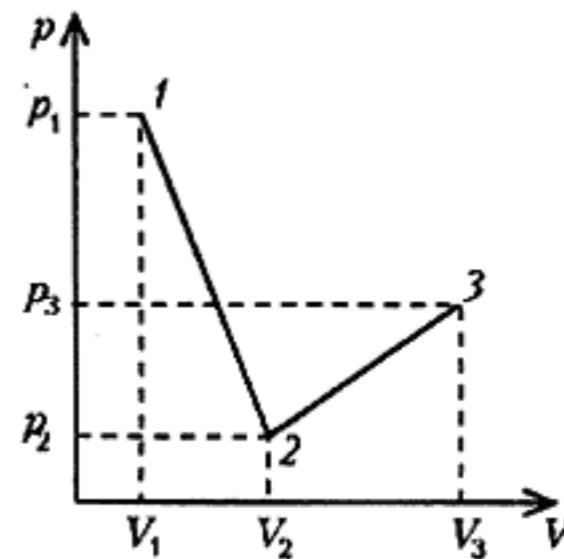


Рис. 13

Изменение внутренней энергии составляет

$$\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R (T_3 - T_1) = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_1 V_1).$$

Согласно первому закону термодинамики,

$$Q = \Delta U + A_{12} + A_{23} =$$

$$= \frac{p_1 (V_2 - 4V_1) + p_2 (V_3 - V_1) + p_3 (4V_3 - V_2)}{2} = -20 \text{ Дж.}$$

т.е. выделилось 20 Дж тепла.

8. ЭДС индукции в движущемся проводнике по модулю равна  $BvL$ , а ее полярность противоположна полярности батареи. По цепи идет ток

$$I = \frac{\mathcal{E} - BvL}{R + r},$$