

6. При каких значениях параметра  $p$  площадь фигуры, заданной на координатной плоскости условием

$$|2x + y| + |x - y + 3| \leq p,$$

будет равна 24?

**Вариант 10**

(экономический факультет)

1. Решите систему

$$\begin{cases} |-x| - \sqrt[3]{y+3} = 1, \\ (-x\sqrt{-x})^2 - y = 10. \end{cases}$$

2. Решите неравенство

$$\frac{\log_7(19 - 16x|x|) - \log_{49}(1 - 4x)^2}{3 - 4x - |4x - 3|} \leq 0.$$

3. Решите уравнение

$$\left(\operatorname{tg} \frac{19\pi}{3} - \operatorname{tg} x\right) \times \sqrt{6 \cdot \cos \frac{15\pi}{4} \cdot \cos \frac{x}{2} - \cos x - 3} = 0.$$

4. В контейнер упакованы комплектующие изделия трех типов. Стоимость и масса одного изделия составляют 400 тыс. р. и 12 кг для первого типа, 500 тыс. р. и 16 кг для второго типа, 600 тыс. р. и 15 кг для третьего типа. Общая масса комплектующих равна 326 кг. Определите минимальную и максимальную возможную суммарную стоимость находящихся в контейнере комплектующих изделий.

5. В треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC = 8$  проведена биссектриса  $BL$ . Известно, что площади треугольников  $ABL$  и  $BLC$  относятся как 3 : 1. Найдите биссектрису  $BL$ , при которой высота, опущенная из вершин  $B$  на основание  $AC$ , будет наибольшей.

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых фигура, заданная на координатной плоскости условием

$$|y| \leq (\sqrt{a - |x|})^2 + \arcsin(\sin(a - |x|)),$$

представляет собой 14-угольник.

**Вариант 11**

(факультет психологии)

1. Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 21x + 4} = 2 - 11x.$$

2. Решите неравенство

$$2 < \log_3(x - 3)^4 \leq 8.$$

3. Найдите область определения функции

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{-6\sin^2 2x - 2\sin 2x \cos 2x + 8} - \sqrt{3}}.$$

4. В угол с вершиной  $A$  величиной в  $60^\circ$  вписана окружность с центром в точке  $O$ . К этой окружности проведена касательная, пересекающая стороны угла в точках  $B$  и  $C$ . Отрезок  $BC$  пересекается с отрезком  $AO$  в точке  $M$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если

$$\frac{AM}{MO} = \frac{2}{3} \text{ и } BC = 7.$$

5. Пусть  $t_1$  и  $t_2$  — корни квадратного уравнения

$$t^2 - (5b - 2)t - 3b^2 - 7b + 1 = 0.$$

Найдите все значения параметра  $b$ , при каждом из которых для любого значения параметра  $a$  функция

$$f(x) = \cos(ax) \cdot \cos((t_1^3 + t_2^3) \cdot \pi x)$$

является периодической.

**Вариант 12**

(институт стран Азии и Африки)

1. Решите неравенство

$$3 \cdot 4^x - 7 \cdot 2^{x+1} - 5 \leq 0.$$

2. Найдите площадь фигуры, заданной на координатной плоскости условиями

$$\begin{cases} y \geq -|x| - 1, \\ y \leq -2|x| + 3. \end{cases}$$

3. Найдите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{36 - x^2} \cdot \log_3(x^2 + 2x - 8)}{2\sin x - 1}.$$

4. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{x+2} - x + 4) \geq -1 + \log_{\frac{1}{2}} 3.$$

5. Окружность проходит через вершины  $A$  и  $C$  треугольника  $ABC$  и пересекает сторону  $AB$  в точке  $D$ , а сторону  $BC$  в точке  $E$ . Найдите угол  $BDC$ , если  $BD : EC = 1 : 2$ ,  $BE : AD = 2 : 7$ , угол  $ABC$  равен  $60^\circ$ .

6. При каких значениях параметра  $a$  неравенство

$$\log_{\frac{2a-15}{5}} \left( \frac{\sin x + \sqrt{3} \cos x + a - 5}{5} \right) > 0$$

выполняется для любых значений  $x$ ?

**ФИЗИКА**

Задачи устного экзамена

Физический факультет

1. По наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha$  с горизонтом, втягивают за веревку ящик массой  $M$ . Коэффициент трения ящика о плоскость  $\mu$ .

Под каким углом к плоскости следует тянуть веревку, чтобы двигать ящик равномерно с минимальным усилием?

2. Мощность, развиваемая двигателями ракеты, неподвижно зависшей над Землей, равна  $N$ . Найдите скорость истечения газов из сопла двигателя, если масса ракеты  $m$ , а ускорение свободного падения  $g$ .

3. К середине боковой стороны бруска массой  $M$ , лежащего на горизонтальной плоскости стола, прикреплена легкая пружина жесткостью  $k$ , другой конец которой прикреплен к вертикальной стенке так, что ось пружины горизонтальна (рис. 1). К середине противоположной стороны бруска прикреплена легкая нерастяжимая

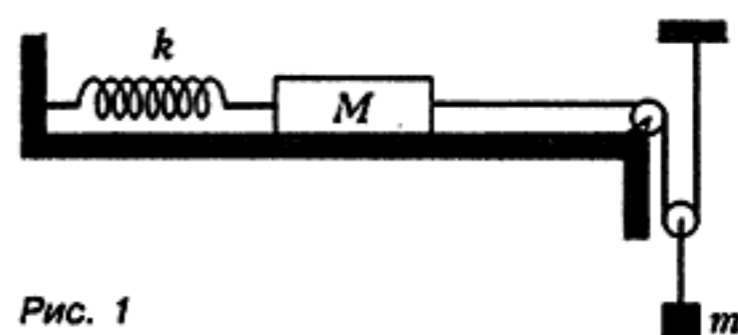


Рис. 1

нить, перекинута через неподвижный блок. На нити висит другой блок, к оси которого подвешен кубик массой  $m$ . Верхний конец нити прикреплен к потолку. Первоначально кубик удерживали в положении, при котором пружина не деформирована, а нить слегка натянута. Отрезки нити, не лежащие на блоках, либо горизонтальны, либо вертикальны. Пренебрегая трением и массой блоков, найдите максимальную скорость бруска после отпускания кубика без начальной скорости.

4. Идеальный газ в исходном состоянии имел температуру  $T_0$ . Затем давление газа уменьшили в  $n = 2$  раза, увеличив его объем во столько же раз, так, что объем изменялся в зависимости от давления по линейному закону. Найдите максимальную температуру газа при этом процессе.

5. Два баллона соединены тонкой трубкой с закрытым краном. Объемы баллонов одинаковы и равны  $V = 1$  л. В первом баллоне находится сухой воздух под давлением  $p = 750$  мм рт.ст., а в другой баллон после откачки помещена капля воды массой  $m = 0,1$  г. Какое давление установится в баллонах после открытия крана, если температура баллонов постоянна и равна  $t = 22^\circ\text{C}$ , а давление насыщенных паров воды при этой температуре равно  $p_n = 20$  мм рт.ст.?

6. Между двумя параллельными проводящими пластинами, находящими-