

Рис. 1

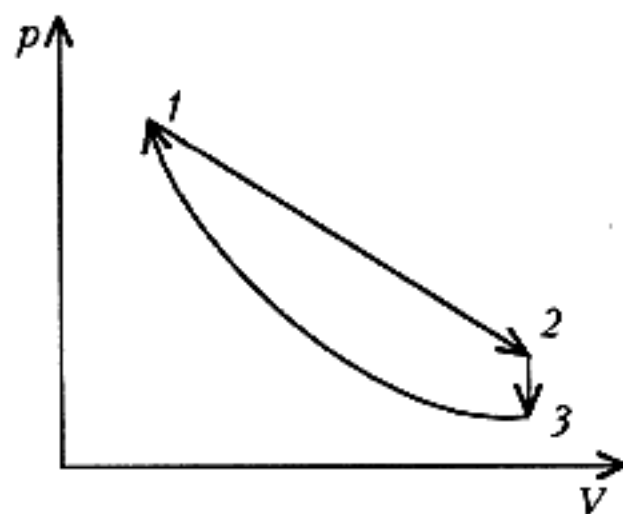


Рис. 2

В соответствии с законом сохранения энергии, работа по расширению равна

$$A_{23} = Q_{23} - \Delta U_{23} = (C - C_V)(T_3 - T_2) = -\frac{(C - C_V)T_2}{2}.$$

По условию задачи

$$A_{12} = \frac{14A_{23}}{3}.$$

Отсюда следует, что

$$C = C_V - 3R = -C_V = -\frac{3}{2}R.$$

Величина теплоемкости получилась отрицательной, так как тепло к газу на участке 2-3 подводится, а его температура уменьшается. Иными словами, газ в этом процессе совершает работу за счет подведенного тепла и уменьшения собственной внутренней энергии.

**Задача 4.** Найдите величину теплоемкости и работу, которую совершает моль гелия в процессе расширения  $p^2V = \text{const}$ . Начальная температура газа  $T_1$ , а конечная  $T_2$ .

Приращения давления  $\Delta p$ , объема  $\Delta V$  и температуры  $\Delta T$  связаны уравнением процесса:

$$(p + \Delta p)^2(V + \Delta V) = p^2V$$

и уравнением состояния:

$$(p + \Delta p)(V + \Delta V) = R(T + \Delta T).$$

Раскрыв скобки и пренебрегая малыми величинами  $2p\Delta p\Delta V$ ,  $\Delta p^2V$ ,  $\Delta p^2\Delta V$  и  $\Delta p\Delta V$ , получим

$$p\Delta V = 2R\Delta T.$$

По определению теплоемкости имеем

$$C\Delta T = C_V\Delta T + p\Delta V = (C_V + 2R)\Delta T,$$

следовательно, теплоемкость в данном процессе равна

$$C = C_V + 2R = 3,5R.$$

В соответствии с законом сохранения энергии, работа, совершенная газом, составляет

$$A = Q - \Delta U = (C - C_V)(T_2 - T_1) = 2R(T_2 - T_1).$$

**Задача 5.** Моль гелия в замкнутом цикле (рис.2) совершает работу  $A = 2026$  Дж. Цикл состоит из процесса 1-2, в котором давление является линейной функцией объема, изохоры 2-3 и процесса 3-1, в котором теплоемкость газа остается постоянной. Найдите величину этой теплоемкости, если известно что  $T_1 = T_2 = 2T_3 = 100$  К, а  $V_2/V_1 = \alpha = 8$ .

Работа газа в процессе расширения равна

$$A_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{RT_1(\alpha^2 - 1)}{2\alpha}.$$

В процессе с постоянной теплоемкостью  $C$  по закону сохранения энергии работа газа равна

$$A_{31} = (C - C_V)(T_1 - T_3).$$

По условию работа в цикле составляет

$$A = A_{12} + A_{31}.$$

Откуда находим

$$C = C_V + \frac{A - RT_1(\alpha^2 - 1)/(2\alpha)}{T_1 - T_3} = -12,4 \text{ Дж/К}.$$

Теплоемкость получилась отрицательной, так как температура газа в этом процессе растет, а тепло отводится. Иными словами, часть работы по сжатию увеличивает внутреннюю энергию газа, а другая часть отводится в виде тепла.

**Задача 6.** Замкнутый цилиндрический сосуд делится подвижным невесомым поршнем на две части (рис.3). В нижней части цилиндра находится моль одноатомного идеального газа, а в верхней части вакуум. Поршень связан с дном сосуда упругой пружиной.

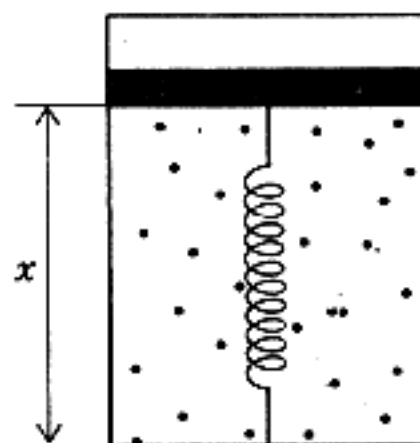


Рис. 3

Найдите теплоемкость газа, находящегося в сосуде. Нерастянутая пружина соответствует положению поршня у дна сосуда.

Пусть в начальном положении поршень находится на расстоянии  $x$  от дна сосуда, жесткость пружины  $k$  и площадь сечения сосуда  $S$ . Тогда объем, занимаемый газом, равен  $V = xS$ , а давление газа равно  $p = (kx)/S$ . При подведении к газу количества теплоты  $Q = C\Delta T$  газ нагревается на  $\Delta T$ , а поршень перемещается на  $\Delta x$ . Работа газа при этом идет на увеличение потенциальной энергии растянутой пружины. По закону сохранения энергии,

$$C\Delta T = C_V\Delta T + p\Delta V = C_V\Delta T + kx\Delta x.$$

Из уравнения состояния  $pV = kx^2 = RT$  имеем

$$2kx\Delta x = R\Delta T.$$

Таким образом, для теплоемкости  $C$  газа получаем

$$C = C_V + \frac{R}{2} = 2R.$$

#### Упражнения

1. Монохроматическое излучение с длиной волны  $\lambda = 5,1 \cdot 10^{-7}$  м с большой вероятностью поглощается молекулой хлора, что приводит к ее диссоциации, т.е. распаду на атомы. Определите давление в сосуде с молекулярным хлором сразу после облучения коротким импульсом света с энергией 1 Дж, пренебрегая теплообменом газа со стенками сосуда. Считать, что 90% энергии импульса идет на диссоциацию, а 10% поглощается, приводя к нагреву смеси молекулярного и атомарного хлора. Перед облучением молекулярный хлор занимал объем  $22,4$  см<sup>3</sup> при температуре 273 К и давлении  $10^5$  Па.

2. Покажите, что в процессе, имеющем на  $pV$ -диаграмме идеального газа вид прямой, проходящей через начало координат, теплоемкость остается постоянной. Найдите величину этой теплоемкости для одного моля газа.

3. Моль гелия расширяется в процессе  $pV^2 = \text{const}$ . Найдите работу, произведенную газом, если его начальная температура  $T_1$ , а конечная  $T_2$ .

4. Цилиндрический сосуд делится подвижным и непроводящим тепло поршнем на две части, в которых находится по одному молю гелия. Температура газа в одной части сосуда поддерживается постоянной. Найдите зависимость теплоемкости газа, находящегося в другой части сосуда, от ее объема  $V$ . Объем всего сосуда равен  $V_0$ .

5. Моль гелия заперт невесомым поршнем и пружиной в сосуде (см. рис.3). Сила упругости пружины  $F$  зависит от ее длины  $x$  по закону  $F = kx^\alpha$ , где  $k$  и  $\alpha$  — некоторые константы. Определите величину константы  $\alpha$ , если известно, что молярная теплоемкость газа в этих условиях равна  $1,9R$ .