

ся в том случае, когда одноименные заряды расположены «по соседству» и движение начинается из положения неустойчивого равновесия — напряженность поля направлена вдоль получившихся диполей от «плюса» к «минусу». Тогда смещение каждого заряда вдоль поля составит d , изменение энергии в электрическом поле будет равно $4QEd$. Из закона сохранения энергии

$$4QEd = \frac{4Mv^2}{2}$$

находим искомую скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2QEd}{M}}$$

Р.Александров

Ф1581. Заряженный конденсатор большой емкости подключают к резистору. За вторую секунду разряда в резисторе выделилось 10 Дж тепла, столько же тепла выделилось в сумме за третью и четвертую секунды. Найдите начальную энергию конденсатора.

Из условия понятно, что заряд конденсатора уменьшается в одно и то же число раз за каждый фиксированный интервал времени. Пусть этот интервал составляет 1 секунду, тогда запишем

$$q_{n+1} = kq_n,$$

а коэффициент k мы сейчас найдем. Для этого разберемся с энергиями.

Ясно, что, если заряд изменился в k раз, выделившееся за секунду количество теплоты изменилось в k^2 раз. Приравнявая количества теплоты, выделившиеся за вторую секунду и за последующие две, получим

$$10 = 10k^2 + 10k^4.$$

Отсюда находим

$$k^2 = 0,5(\sqrt{5} - 1).$$

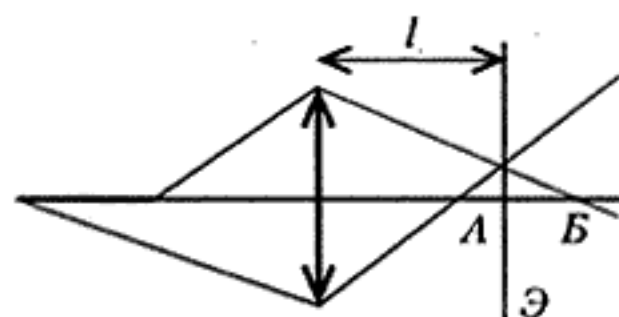
За первую секунду в резисторе выделилось $Q_1 = 10/k^2$ Дж тепла. Для нахождения начальной энергии конденсатора нужно найти полное количество выделившегося тепла:

$$Q = Q_1(1 + k^2 + k^4 + \dots) = \frac{Q_1}{1 - k^2} \approx 40 \text{ Дж.}$$

А.Зильберман

Ф1582. Источник света представляет собой тонкую нить длиной $L = 10$ см, расположенную на главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 5$ см. Ближний конец нити находится на расстоянии $a = 10$ см от линзы, диаметр линзы $D = 1$ м. Найдите минимальный размер освещенного пятна на экране, помещенном с другой стороны линзы перпендикулярно ее главной оптической оси.

Простое построение в линзе (см. рисунок) подсказывает оптимальное расположение экрана Э для получения



пятна минимальных размеров. Положение точек A и B находим по формуле линзы, а размеры пятна на экране — из подобия треугольников. Расстояние от линзы до точки A равно $20/3$ см, до точки B — 10 см. Тогда $(10 - l)/10 = (l - 20/3)/(20/3)$. Отсюда $l = 8$ см, а диаметр пятна d составляет 0,2 от диаметра линзы, т.е. $d = 2$ мм.

А.Зильберман

НАМ ПИШУТ

ГЕОМЕТРИЯ ТОНКОЙ ЛИНЗЫ

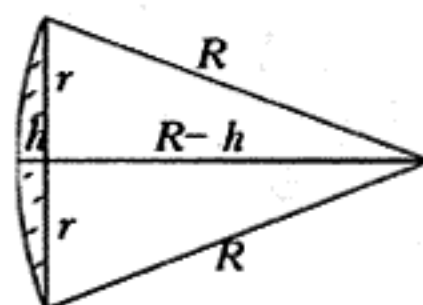
Тонкой линзой называется линза, толщина которой h значительно меньше радиусов кривизны R_1 и R_2 ее сферических поверхностей. Именно для такой линзы выводится формула для определения ее фокусного расстояния F (попробуйте сделать это самостоятельно):

$$\frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где n — показатель преломления стекла линзы. Однако, держа линзу в руках, трудно оценить на глаз радиусы кривизны R_1 и R_2 , но легко определить толщину линзы h и ее диаметр d . Интересно сопоставить величины h и d в тонкой (по определению) линзе.

Для простоты вычислений рассмотрим

плосковыпуклую линзу с радиусом кривизны сферической поверхнос-



ти R . Геометрически такая линза представляет собой шаровой сегмент, изображенный на рисунке. Безразмерное отношение h/R обозначим λ и учтем, что $\lambda \ll 1$. Согласно теореме Пифагора, запишем $R^2 = (R - h)^2 + r^2$, откуда имеем $r^2 = 2Rh - h^2 \approx 2R^2\lambda$. Теперь найдем диаметр линзы: $d = 2r$ и отношение h/d :

$$\frac{h}{d} = \sqrt{\frac{\lambda}{8}}.$$

Видим, что при $\lambda \ll 1$ справедливо неравенство $h/d \ll 1$. (Так, при $\lambda = 0,02$ получим $h/d = 0,05$.) Значит, линза, тонкая по определению, будет тонкой и по зрительному восприятию.

Теперь займемся вычислением фокусного расстояния нашей линзы. С одной стороны, фокусное расстояние линзы, у которой $R_1 = R$ и $R_2 = \infty$, равно $F = \frac{R}{n - 1}$. С другой стороны, как

легко показать, справедливо равенство $R = \frac{d^2 + 4h^2}{8h}$. Отсюда получаем

$$F = \frac{d^2 + 4h^2}{8(n - 1)h}.$$

Следовательно, если знать показатель преломления n стекла, из которого изготовлена линза, то можно определить величину F , просто обмерив линзу.

В.Дроздов