

ся тепловой поток за счет теплового экрана? Краевыми эффектами, обусловленными конечными размерами пластин, пренебречь. (1,5 балла)

е) Два прямых и очень длинных немагнитных проводника  $C_+$  и  $C_-$ , изолированных друг от друга, несут одинаковые токи  $I$ , соответственно, в положительном и отрицательном направлениях оси  $Z$ . Сечения проводников (заштрихованные на рисунке 4) ограничены окружностями диаметром  $D$ , лежащими в плоскости  $XY$ , причем

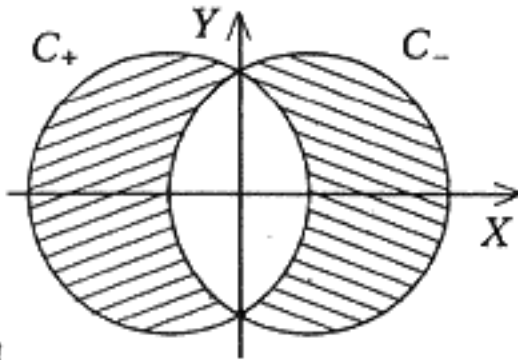


Рис. 4

расстояние между их центрами равно  $D/2$ . (Таким образом, площади поперечного сечения проводов равны  $(\pi/12 + \sqrt{3}/8)D^2$ .) Ток в каждом проводнике равномерно распределен по сечению. Определите магнитное поле  $B(x, y)$  в пространстве между проводниками. (4 балла)

**Задача 2.** В пространстве между двумя коаксиальными цилиндрическими проводниками (рис. 5) создан вакуум. Радиус внутреннего цилиндра равен  $a$ , а внутренний радиус внешнего цилиндра равен  $b$ . На внешнем цилиндре, называемом анодом, можно создать положительный потенциал  $U$  по отношению к внутреннему цилиндру. Система помещена в статическое однородное магнитное поле  $\vec{B}$ , параллельное оси цилиндров и направленное из плоскости рисунка вверх. Исследуется динамика электронов с массой  $m$  и зарядом  $-e$ . Эти электроны испускаются поверхностью внутреннего цилиндра.

а) Пусть потенциал внешнего цилиндра равен  $U$ , но  $B = 0$ . Электрон испускается поверхностью внутреннего цилиндра с пренебрежимо малой скоростью. Определите его скорость в момент, когда он достигает анода. Дайте ответ для двух случаев: в нерелятивистском и релятивистском приближениях. (1 балл)

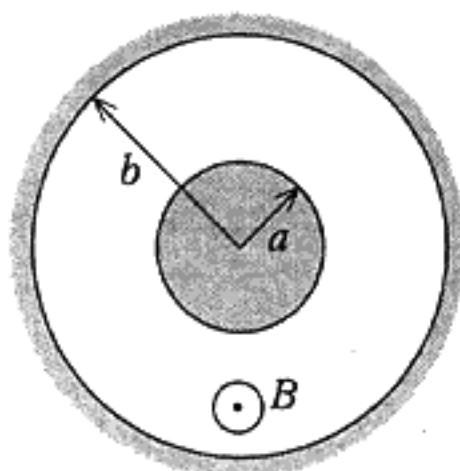


Рис. 5

В последующих разделах этой задачи используется нерелятивистское приближение.

б) Пусть теперь  $U = 0$ , но присутствует однородное магнитное поле  $\vec{B}$ . Электрон стартует с начальной скоростью  $v_0$  в радиальном направлении. При магнитном поле, превышающем критическое значение  $B_0$ , электрон никогда не достигнет анода. Изобразите схематически траекторию электрона, когда  $B$  немного больше  $B_0$ . Определите  $B_0$ . (2 балла)

В последующих разделах задачи присутствуют как потенциал  $U$ , так и однородное магнитное поле  $\vec{B}$ .

с) Магнитное поле создает ненулевой угловой момент  $L$  электрона относительно оси цилиндра. Напишите уравнение для скорости изменения углового момента  $dL/dt$ . Покажите, что из него вытекает, что величина  $L - keBr^2$  (где  $k$  — безразмерный коэффициент, а  $r$  — расстояние от оси цилиндра) остается постоянной в процессе движения электрона. Определите значение  $k$ . (3 балла)

д) Рассмотрим электрон, испущенный с пренебрежимо малой скоростью внутренним цилиндром. Этот электрон не достигает анода и удаляется от оси цилиндра на максимальное расстояние  $r_m$ . Определите скорость электрона в точке максимального удаления в зависимости от  $r_m$ . (1 балл)

е) Мы хотим использовать магнитное поле для регулировки тока анода. При  $B > B_0$  электрон, испущенный с пренебрежимо малой скоростью, не достигнет анода. Определите  $B_0$ . (1 балл)

ф) Если электроны высвобождаются с поверхности внутреннего цилиндра за счет нагрева, то в общем случае электрон на этой поверхности имеет ненулевую начальную скорость. Пусть составляющая начальной скорости, параллельная  $\vec{B}$ , есть  $v_B$ , а составляющие, перпендикулярные  $\vec{B}$ , есть  $v_r$  (в радиальном направлении) и  $v_\phi$  (в азимутальном направлении, т.е. перпендикулярно радиальному направлению). Определите в этой ситуации критическое магнитное поле  $B_0$ , при котором электрон не достигает анода. (2 балла)

**Задача 3.** Рассмотрим некоторые общие свойства океанских приливов и отливов на Земле. Упростим проблему, сделав такие предположения: Земля и Луна считаются изолированной системой; расстояние между Землей и Луной считается постоянным; считается, что Земля полностью покрыта океаном; пренебрегается динамическими эффектами, обусловленными вращением Земли вокруг своей оси; гравитационное притяжение Земли считается

ся так, как если бы вся ее масса была сосредоточена в центре Земли. Пусть заданы следующие величины: масса Земли  $M = 5,98 \cdot 10^{24}$  кг, масса Луны  $M_L = 7,3 \cdot 10^{22}$  кг, радиус Земли  $R = 6,37 \cdot 10^6$  м, расстояние между центрами Земли и Луны  $L = 3,84 \cdot 10^8$  м, гравитационная постоянная

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}.$$

а) Луна и Земля вращаются около общего центра масс  $S$  с угловой скоростью  $\omega$ . Каково расстояние между  $S$  и центром Земли? Определите численное значение  $\omega$ . (2 балла)

Будем теперь использовать вращающуюся вокруг точки  $S$  систему координат, одна из осей которой совпадает с линией, проходящей через центры Земли и Луны. В этой системе координат форма жидкой поверхности Земли является статической. В плоскости  $P$ , проходящей через  $S$  и перпендикулярной оси вращения, положение материальной точки на жидкой поверхности Земли может быть описано полярными координатами  $r$  и  $\phi$ , как показано на рисунке 6 (здесь  $r$  есть расстояние от центра Земли). Мы будем изучать форму жидкой поверхности Земли в

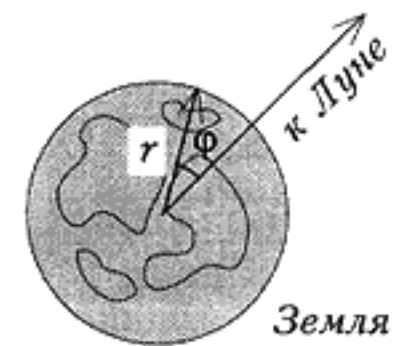


Рис. 6

плоскости  $P$ , представив ее в виде

$$r(\phi) = R + h(\phi).$$

б) Рассмотрим материальную точку (с массой  $m$ ) на жидкой поверхности Земли (в плоскости  $P$ ). В нашей системе отсчета на нее действует центробежная сила, а также силы притяжения со стороны Луны и Земли. Напишите выражение для потенциальной энергии, соответствующей этим трем силам. (3 балла)

*Указание:* любая сила  $F(r)$ , направленная радиально по отношению к некоторому началу координат, есть производная от некоторой сферически симметричной потенциальной энергии  $U(r)$ , взятая со знаком минус:  $F(r) = -U'(r)$ .

с) Выразите приближенно форму приливной волны  $h(\phi)$  через заданные величины  $M$ ,  $M_L$  и т.д. Какова разница (в метрах) между уровнями прилива и отлива в данной модели?

Публикацию подготовили  
С.Козел, В.Коровин, О.Овчинников